

Metodología para dimensionamiento de mecanismo policéntrico de rodilla utilizando análisis de marcha y algoritmos genéticos

Belkys T. Amador^{1, ♯}, Rafael R. Torrealba^{1,2}, Maureen Rojas², José Cappelletto², Carmen M. Müller-Karger¹

¹ Grupo de Biomecánica, ² Grupo de Mecatrónica
Universidad Simón Bolívar, Valle de Sartenejas, Baruta, Caracas-Venezuela

Recibido 14 de noviembre de 2011. Aceptado 23 de enero de 2012

METHODOLOGY TO GAUGE A FOUR-BAR LINKAGE PROSTHETIC KNEE MECHANISM BASED ON GAIT ANALYSIS AND GENETIC ALGORITHMS

Resumen— El objetivo de esta investigación es desarrollar una metodología para dimensionar un mecanismo policéntrico de rodilla de 4 barras para máxima estabilidad. Basado en el hecho de que la estabilidad del mecanismo durante la respuesta a la carga depende de la posición del centro instantáneo de rotación (CIR) respecto la fuerza de reacción del piso (FRP) durante la fase de apoyo, se desarrolló una plataforma de cómputo que representa el movimiento real de la pierna, el vector FRP y el mecanismo con su CIR. Para obtener los datos de entrada a la plataforma, se realizó un análisis de marcha a una paciente con amputación transfemoral unilateral, obteniendo la FRP, el ángulo de flexo-extensión de rodilla y la cinemática de los miembros inferiores. Por otra parte, a través de los algoritmos genéticos (AGs), se obtienen las dimensiones y configuración de los eslabones del mecanismo requeridas para iterar con la plataforma en la cual, comparando la ubicación de la FRP respecto al CIR en el plano sagital, se determinan las dimensiones funcionales adecuadas. El mecanismo se dimensionó exitosamente utilizando la metodología desarrollada, garantizando estabilidad de la rodilla después del contacto inicial y flexión voluntaria antes del despegue de punta.

Palabras clave — Algoritmos genéticos, Análisis de marcha, Centro instantáneo de rotación, Fuerza de reacción del piso, Mecanismo policéntrico de rodilla.

Abstract — This research was aimed to develop a methodology for establishing the proper dimensions of a four-bar linkage prosthetic knee mechanism for maximum stability. Based on the fact that the stability of a four-bar knee during load-bearing is determined by the location of the instantaneous center of rotation (ICR) with respect to the ground reaction force (GRF) vector, a computational platform was developed to simulate the movement of the leg, the GRF vector and the position of the ICR of the mechanism. On one hand, a gait analysis was carried out on a subject with unilateral transfemoral amputation, from which the GRF, the knee flexion-extension angle and the kinematics of the lower limbs were determined. On the other hand, genetic

algorithms (GAs) technique provided the dimensions and mechanism links configuration required to iterate with the platform on which, comparing the location of the GRF and the ICR in the sagittal plane, the functional dimensions of the mechanism were obtained. The polycentric knee mechanism was gauged successfully by ensuring knee stability during the initial contact and load response as well as the ability to initiate voluntary flexion toward late stance before the toe-off.

Keywords — Gait analysis, Genetic algorithms, Ground reaction force, Instantaneous center of rotation, Polycentric knee mechanism.

I. INTRODUCCIÓN

En países Latinoamericanos como Venezuela existe una variedad de prótesis disponibles en el mercado nacional. Sin embargo, en su gran mayoría son productos de importación y poseen un alto costo, lo cual limita el acceso a las mismas por parte de la población afectada. Esta situación pone en evidencia la necesidad de desarrollar este campo en nuestros países. Con miras a fabricar estos dispositivos protésicos, satisfaciendo las necesidades locales, en esta investigación se ha dado especial énfasis al proceso de diseño y al empleo de materiales disponibles a nivel nacional. Partiendo de esta premisa, se aborda el dimensionamiento del mecanismo de una prótesis policéntrica de rodilla para pacientes con amputación transfemoral. Esta fase del proceso de diseño es tradicionalmente acometida de manera empírica o basándose en el dimensionamiento y configuración de prótesis existentes a nivel comercial [1-6]. En otros casos, si bien se hace referencia al basamento teórico que sustenta el funcionamiento y configuración de estos mecanismos, durante el dimensionamiento se dejan por fuera aspectos claves que hacen que los resultados no sean factibles en la práctica [7], o en el mejor de los casos, sean de aplicación limitada [8]. En este trabajo, a diferencia de los enfoques anteriores, se busca desarrollar una plataforma de cómputo que permita llevar a cabo esta fase de diseño de forma objetiva y óptima, tomando en cuenta las bases teóricas que apoyan el funcionamiento de estos mecanismos, y así dimensionar, configurar y visualizar la cinemática de un mecanismo policéntrico de 4 barras, con la finalidad de analizar su estabilidad a lo largo del ciclo de marcha.

El movimiento principal de la articulación de rodilla es la flexo-extensión que ocurre en el plano sagital; éste no es un movimiento rotacional simple, pues si así fuera, al girar el fémur encima de la tibia la rodilla acabaría luxándose [9]. Durante la flexo-extensión de rodilla, el fémur, además del movimiento giratorio, efectúa un movimiento de deslizamiento sobre los platillos tibiales, lo cual hace que el eje de rotación no sea fijo y por tanto exista un Centro Instantáneo de Rotación (CIR). La articulación de rodilla realiza sus movimientos naturales gracias al uso de una compleja estructura de músculos, tendones y ligamentos. En el caso de la persona con

amputación transfemoral, esta estructura es seccionada, quedando el muñón o miembro residual sólo con parte de la musculatura disponible. Para sustituir la articulación de rodilla, en la práctica se han desarrollado prótesis externas con mecanismos monocéntricos y policéntricos; en la rodilla monocéntrica, la flexo-extensión se produce alrededor de un eje único, mientras que en la policéntrica, el eje de la articulación se mueve en función del ángulo de flexo-extensión de la rodilla, es decir, existe un CIR. En el caso de un mecanismo policéntrico de 4 barras, el CIR se ubica en la prolongación de las barras posterior y anterior, lo que le permite realizar movimientos de rotación y traslación simultáneamente durante la flexión [10]. La Fig. 1a muestra un dibujo de dicho mecanismo donde se puede apreciar el CIR para 0° de flexión de rodilla, así como los puntos asociados a otras configuraciones del mecanismo, específicamente 5, 10, 15, 20 y 30° de flexión.

Controlando el posicionamiento del CIR respecto a la carga definida por la fuerza de reacción del piso (FRP) sobre el pie durante las fases de contacto inicial y precarga del ciclo de marcha, el mecanismo policéntrico permite incrementar la estabilidad de la marcha del paciente. En el caso de una prótesis monocéntrica, el centro de rotación tiene una posición fija y para garantizar la misma estabilidad es necesario que el paciente amputado aplique un momento de extensión de cadera considerable. Por otra parte, el mecanismo policéntrico acorta la longitud de la prótesis durante la fase de balanceo, garantizando una distancia pie-suelo adecuada para impedir tropiezos. La investigación realizada por Gard y colaboradores [11] mostró que las rodillas de 4 barras proporcionan, en la fase de balanceo, una mayor distancia pie-suelo (de 0.9 a 3.2 cm extra) que la ofrecida por las prótesis monocéntricas. Finalmente, la flexión en los mecanismos policéntricos es más anatómica, mejorando la cosmética, especialmente importante en la sedestación (flexión a 90°), ya que el mecanismo permite que la pierna se localice detrás del muslo.

La complejidad del funcionamiento de la rodilla humana, asociada a su estructura anatómica, ha imposibilitado igualar su comportamiento empleando dispositivos protésicos. No obstante, los mecanismos policéntricos simulan (en comparación con los monocéntricos) más adecuadamente el movimiento

natural de esta compleja articulación. Entre las rodillas policéntricas, típicamente existen mecanismos de 4 y 6 barras: el de 6 barras, aunque posee más variables de diseño que se pueden controlar, también implica una estructura más compleja, que puede relacionarse a un mayor costo y mantenimiento, por lo que se decidió trabajar con el mecanismo de 4 barras. Dentro de los mecanismos policéntricos de 4 barras, el de 'control voluntario' es un mecanismo cuyo eslabón anterior es de menor longitud que el eslabón posterior, lo cual le da al amputado la facultad de controlar la estabilidad de la rodilla [12]. Este tipo de mecanismo es especialmente recomendado para pacientes con grado de movilidad 2 de acuerdo a la escala *Medicare Functional Classification*

Level [13], siendo este tipo de pacientes el de mayor presencia en Venezuela [14]. En la Fig. 1b se presenta el diagrama de estabilidad del mecanismo: la FRP, representada por la línea de carga, se localiza delante del CIR de la rodilla durante el contacto de talón (para garantizar la estabilidad de la rodilla) y detrás del CIR durante el despegue de punta (para permitir la flexión voluntaria); en la imagen del centro se muestra la superposición de los dos eventos descritos y se resalta la zona de estabilidad. Esta es la zona donde el CIR puede ser localizado con la prótesis en completa extensión, para mantenerla estable durante el contacto de talón y respuesta a la carga, y al mismo tiempo, tener facilidad para iniciar la flexión voluntaria antes del despegue de punta [12].

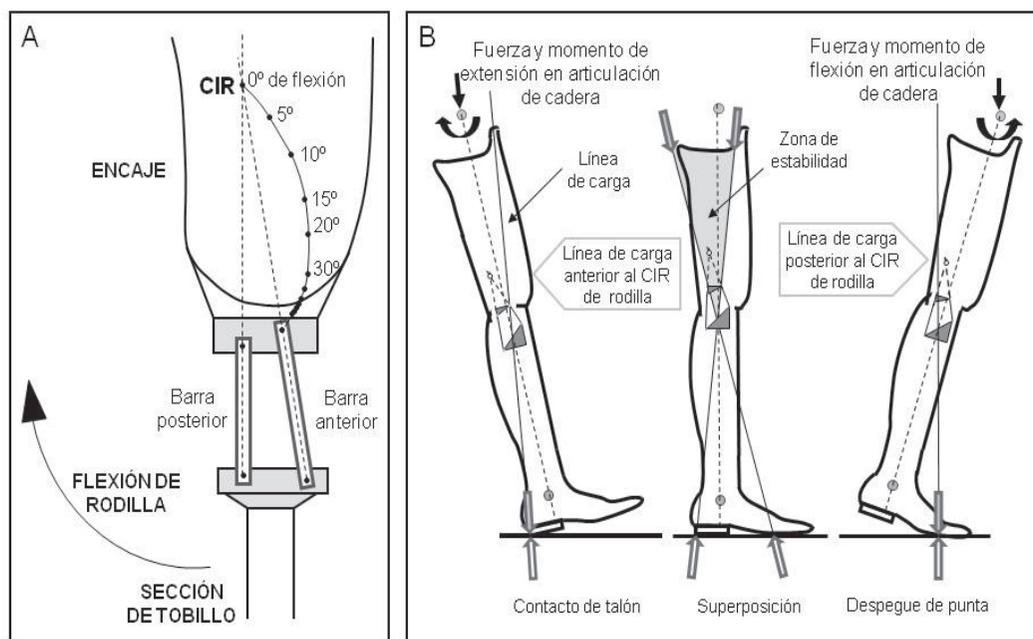


Fig. 1. Mecanismo policéntrico de cuatro barras. (a) Ubicación del CIR en función del ángulo de flexo-extensión de la rodilla (adaptado de [11]). (b) Diagrama de estabilidad del mecanismo policéntrico de cuatro barras de control voluntario (adaptado de [12]).

La información asociada al movimiento real de la pierna, así como a la FRP generada durante la fase de apoyo del ciclo de marcha, es fundamental para analizar la estabilidad del mecanismo de la prótesis y seleccionar su dimensionamiento óptimo a través de la plataforma de cómputo aquí desarrollada. Para la adquisición de los datos que permitieran determinar la ubicación del CIR con relación a la línea de carga del vector FRP, se realizó un análisis de marcha en un laboratorio de análisis de movimiento, donde, a través de un sistema de cámaras optoelectrónicas y placas de fuerza, se pudo conocer la cinemática de la pierna y la FRP registrada durante la marcha.

El mecanismo de 4 barras puede ser representado por 6 parámetros (las longitudes de las barras y los

ángulos correspondientes a las barras inferior y superior). La complejidad del problema que representa hallar el dimensionamiento óptimo tomando en cuenta todas las posibles combinaciones de estos parámetros llevó a considerar el uso de una técnica de inteligencia artificial que permitiera acometer esta tarea de forma eficiente. En este caso se consideró la técnica de algoritmos genéticos (AGs) como la más idónea, ya que el problema se relaciona con una optimización multi-objetivo de una serie de parámetros dentro de un conjunto de ecuaciones no lineales. Esta técnica es pertinente para encontrar los parámetros iniciales de una función que se aproxime a una curva dada [15], la cual en este caso corresponde a la ubicación deseada del CIR para cada ángulo de flexión de la rodilla.

En relación al dimensionamiento de mecanismos de 4 barras para prótesis policéntricas de rodilla, sobresalen los trabajos de Lugo [7] y Hobson y Torfason [8]. En el trabajo de Lugo se plantea el diseño de mecanismos utilizando AGs con aplicación en prótesis de miembro inferior, específicamente de mecanismos que generen el movimiento de una rodilla humana. El trabajo se centra en aplicar la técnica de AGs para obtener las dimensiones de los eslabones de mecanismos de 4 y 6 barras, haciendo énfasis en cumplir con una trayectoria predeterminada para un punto del eslabón superior (barra acopladora del sistema). Sin embargo, al realizar la extrapolación a un mecanismo de 4 barras para una prótesis de rodilla no se hace la consideración de que el punto que debe cumplir una trayectoria definida para garantizar la estabilidad de la prótesis es el CIR del mecanismo, ubicado en la prolongación de sus eslabones anterior y posterior (eslabones que unen el eslabón superior de la rodilla, donde va el encaje, y el eslabón inferior donde va la pierna) [12], y no un punto del eslabón acoplador. En este sentido, se parte de una concepción incorrecta de la configuración y funcionamiento del mecanismo para una prótesis, por lo que las dimensiones obtenidas se corresponden sólo con un mecanismo de aplicación general.

En el trabajo de [8] se plantea la optimización computacional de un mecanismo policéntrico considerando un CIR deseado. Para ello, este trabajo se fundamenta en un modelo matemático para la configuración del mecanismo y en el análisis de estabilidad planteado por Radcliffe para mecanismos policéntricos de 4 barras [12]. En el modelo del mecanismo el encaje de la prótesis se ubica sobre el eslabón de la rodilla (eslabón superior), que funciona como acoplador, mientras el eslabón fijo se posiciona en la porción inferior de la pierna. A través del proceso de optimización, empleando métodos numéricos, se obtuvieron las dimensiones de siete parámetros (longitud de los 3 eslabones móviles y las coordenadas (x,y) de los 2 extremos del eslabón fijo). La solución aportada por el método depende de los valores iniciales dados como semilla para los parámetros que se quieren dimensionar. Con relación al CIR deseado, no se especifica su procedencia, tampoco se considera la comparación del CIR obtenido respecto al vector FRP.

Considerando lo expuesto, el objetivo de esta investigación se centra en el desarrollo de una plataforma de cómputo que permita integrar, por un lado, la información obtenida del análisis de marcha con relación al vector FRP, la cinemática del miembro inferior y el ángulo de flexo-extensión de la rodilla a lo largo de la fase de apoyo del ciclo de marcha, y por el otro, la técnica de AGs que suministra diferentes conjuntos de valores solución en términos de dimensiones y configuración de los eslabones del mecanismo. Posteriormente la

plataforma de cómputo permite simular el movimiento resultante de la pierna en el plano sagital para analizar la estabilidad del mecanismo y seleccionar las dimensiones funcionales más adecuadas.

II. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Configuración del mecanismo de cuatro barras

Para dimensionar el mecanismo de la prótesis se desarrolló una plataforma de cómputo utilizando MATLAB® versión R2009b, que permite determinar la configuración del mecanismo policéntrico de 4 barras con su respectivo CIR, y representarlo en el plano sagital junto con el movimiento de la pierna y del vector FRP a lo largo de la fase de apoyo del ciclo de marcha. La alimentación de la plataforma de cómputo viene dada por las ecuaciones que rigen el mecanismo de 4 barras y los datos cinemáticos y dinámicos generados a lo largo del ciclo de marcha.

El análisis de marcha se realizó en el Centro de Análisis de Movimiento de la Universidad Simón Bolívar (CAM-USB). Para el análisis se trabajó con una paciente con amputación unilateral de la pierna derecha (tras previo consentimiento informado). Para el momento de las capturas, la paciente contaba con tres años de experiencia en el uso de la prótesis de rodilla policéntrica de 4 barras *Otto Bock* 3R106 acoplada a un pie *Otto Bock* SACH. Para el análisis de marcha se empleó el protocolo de Helen Hayes [16], utilizando un modelo biomecánico de cuerpo completo en el cual se colocan 29 marcadores reflectivos repartidos en diferentes puntos de interés. Las capturas fueron realizadas a una frecuencia de 100 cuadros por segundo y se procesaron 20 recorridos en el software CORTEX® (Motion Analysis Corp.), de los cuales se obtuvieron directamente los archivos de la cinemática de ambos miembros inferiores y del vector FRP incluyendo sus diferentes componentes y las coordenadas del centro de presión durante la fase de apoyo.

Para representar el mecanismo y su respectivo CIR, se trabajó con la configuración general del mecanismo mostrada en las Figs. 2a y 2c. El mecanismo está conformado por cuatro eslabones: 'a', 'b', 'c' y 'd', articulados entre sí de la siguiente forma: 'a' con 'b' por el pasador A, 'b' con 'c' por el pasador B, 'c' con 'd' por el pasador O_B y 'd' con 'a' por el pasador O_A , tal como se muestra en la Fig. 2c. Siguiendo lo señalado por Hobson y Torfason [8], se considera el eslabón 'd' unido a la parte inferior de la pierna (tubo extensor de la prótesis hasta el pie), y estacionario a efectos de analizar la estabilidad del mecanismo, mientras que el eslabón 'b', unido al muslo (encaje de la prótesis), se considera la entrada de movimiento al mecanismo, específicamente debido al cambio del ángulo de flexión de la rodilla.

El ángulo θ^* es un ángulo de diseño del eslabón 'b' y es medido partiendo del punto articulado entre los eslabones 'c' y 'b' (pasador B). El ángulo θ_1 es un ángulo de diseño del eslabón 'd', el cual es medido partiendo del punto articulado entre los eslabones 'a' y 'd' (pasador O_A). El CIR se ubica en la intersección de las prolongaciones de los eslabones posterior y anterior, 'a' y 'c', respectivamente, y su ubicación varía en función del ángulo de flexo-extensión de la rodilla. Así mismo, en las Figs. 2a y 2c se observa el ángulo θ_3 , que es una variable independiente debido a que está asociada al eslabón 'b' (solidario al muslo) y es la entrada del movimiento. Finalmente, conociendo las longitudes de las cuatro barras o eslabones, 'a', 'b', 'c' y 'd', el ángulo de entrada θ_3 y

los ángulos θ_1 y θ^* , tomando en cuenta las consideraciones señaladas por Hobson y Torfason [8] para la aplicación de un mecanismo de 4 barras a una prótesis, y empleando las ecuaciones matemáticas asociadas al modelo propuesto por Norton en [17], también para un mecanismo de 4 barras, se obtienen los valores desconocidos θ_2 y θ_4 a través de (1) y (5), respectivamente. En este caso el origen del sistema de coordenadas se ubica en el punto (articulación) inferior-posterior del mecanismo (punto O_A) mostrado en la Fig. 2c. Los ángulos θ_2 y θ_4 son los que forman respectivamente los eslabones 'a' y 'c' con la línea de referencia horizontal, ambos medidos en sentido anti-horario (ver Fig. 2c).

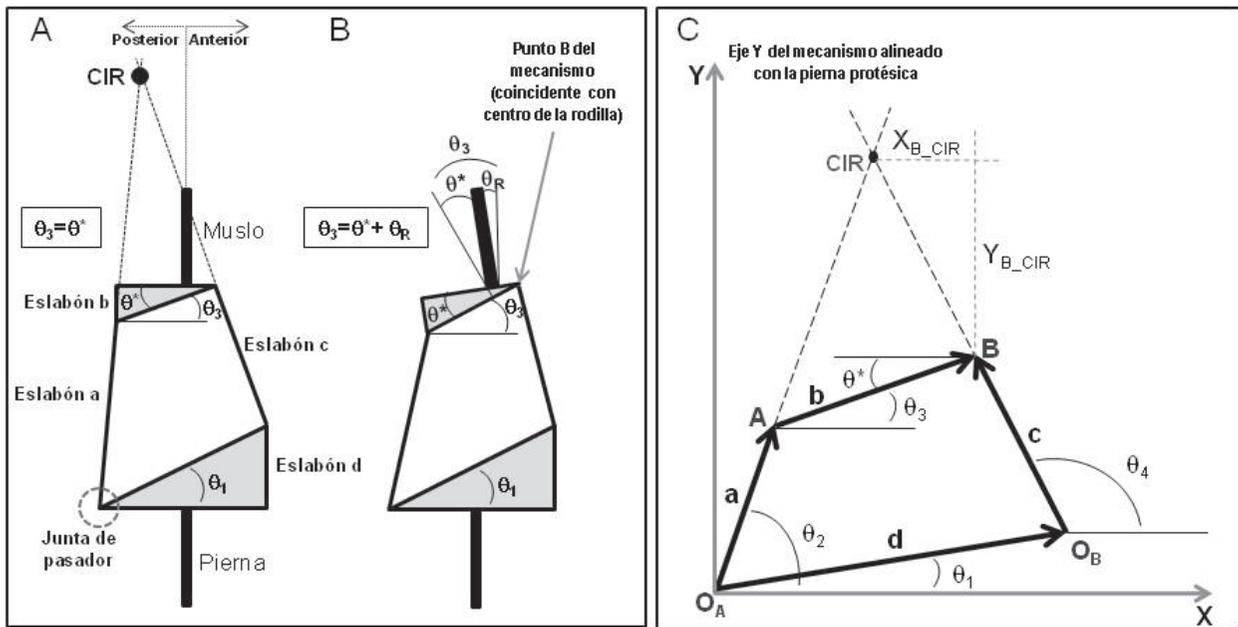


Fig. 2. (a) Configuración general del mecanismo, ángulo de entrada del mecanismo (θ_3) para un ángulo de flexión de rodilla de 0° (b) ángulo de entrada del mecanismo (θ_3) para un ángulo de flexión de rodilla mayor a 0° (c) Representación geométrica del mecanismo.

$$\theta_2 = 2 \tan^{-1} \left[\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right] \quad (1)$$

Donde:

$$A = (a^2 + b^2 - c^2 + d^2) / (2ab) - d(\cos\theta_1 \cos\theta_3 + \sin\theta_1 \sin\theta_3) / a - \cos\theta_3 + d \cos\theta_1 / b \quad (2)$$

$$B = 2(\sin\theta_3 - d \sin\theta_1 / b) \quad (3)$$

$$C = (a^2 + b^2 - c^2 + d^2) / (2ab) - d(\cos\theta_1 \cos\theta_3 + \sin\theta_1 \sin\theta_3) / a + \cos\theta_3 - d \cos\theta_1 / b \quad (4)$$

$$\theta_4 = 2 \tan^{-1} \left[\frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \right] \quad (5)$$

Donde:

$$D = (b^2 - a^2 + c^2 + d^2) / (2bc) - d(\cos\theta_1 \cos\theta_3 + \sin\theta_1 \sin\theta_3) / c - d \cos\theta_1 / b + \cos\theta_3 \quad (6)$$

$$E = 2(d \sin\theta_1 / b - \sin\theta_3) \quad (7)$$

$$F = (b^2 - a^2 + c^2 + d^2) / (2bc) - d(\cos\theta_1 \cos\theta_3 + \sin\theta_1 \sin\theta_3) / c + d \cos\theta_1 / b - \cos\theta_3 \quad (8)$$

Con relación al ángulo de entrada del mecanismo θ_3 , es importante señalar que, tal como se muestra en la Fig. 2b, es igual a la suma del ángulo de flexión de la rodilla θ_R y el ángulo θ^* . En la Fig. 2a se muestra el ángulo de entrada para un ángulo de flexión de rodilla de 0° y en la Fig. 2b para un ángulo mayor a 0° ; el ángulo de flexión

de rodilla θ_R empleado en la simulación fue el obtenido del análisis de marcha. Conociendo los ángulos θ_2 y θ_4 , se obtienen las coordenadas (X_{OA}, Y_{OA}) , (X_{OB}, Y_{OB}) , (X_A, Y_A) y (X_B, Y_B) , para la representación gráfica del mecanismo, dadas por (9), (10), (11) y (12), respectivamente [17]. En la Fig. 2c se puede observar que el punto O_A es la articulación inferior-posterior del mecanismo, el punto O_B la articulación inferior-anterior, ‘A’ la articulación superior-posterior y ‘B’ la articulación superior-anterior.

$$X_{O_A} = 0; Y_{O_A} = 0 \quad (9)$$

$$X_{O_B} = d \cos\theta_1; Y_{O_B} = d \sin\theta_1 \quad (10)$$

$$X_A = a \cos\theta_2; Y_A = a \sin\theta_2 \quad (11)$$

$$X_B = X_{O_B} + c \cos\theta_4; Y_B = Y_{O_B} + c \sin\theta_4 \quad (12)$$

Para la simulación del dispositivo se fijó y alineó el sistema de coordenadas de referencia del mecanismo al segmento inferior de la pierna protésica en movimiento, tal que el punto B del eslabón ‘b’ coincide con lo que sería el centro anatómico de la rodilla (de hecho, este punto del mecanismo es la referencia de alineación de la rodilla protésica [11, 18]), y el eslabón ‘d’ queda solidario al segmento inferior de la pierna, por debajo de la rodilla protésica. El eje ‘y’ de referencia del mecanismo se colocó paralelo al segmento de la parte inferior de la pierna y el eje ‘x’, perpendicular a dicho segmento.

Para dimensionar el mecanismo de forma eficiente, y superar la complejidad del problema de trabajar simultáneamente con el dimensionamiento de los 6 parámetros que definen el mecanismo, se propone el uso de los AGs como técnica de inteligencia artificial. Se partió del sistema de coordenadas y configuración del mecanismo mostrado en la Fig. 2c y se establecieron las ecuaciones que rigen el problema, específicamente las asociadas a la ubicación del CIR en relación al punto B del mecanismo. Esto es, la distancia en dirección ‘x’ desde el punto B hasta el CIR (X_{B_CIR}), dada por (13), y la distancia en dirección ‘y’ desde el punto B hasta el CIR (Y_{B_CIR}), dada por (14) [17]; ambas distancias se señalan en la Fig. 2c.

$$X_{B_CIR} = \frac{(X_{OB} \tan\theta_4 - Y_{OB})}{(\tan\theta_4 - \tan\theta_2)} - d \cos\theta_1 - c \cos\theta_4 \quad (13)$$

$$Y_{B_CIR} = \frac{(X_{OB} \tan\theta_4 - Y_{OB}) \tan\theta_2}{(\tan\theta_4 - \tan\theta_2)} - d \sin\theta_1 - c \sin\theta_4 \quad (14)$$

2.2 Obtención de las coordenadas ideales del CIR

Del análisis bibliográfico realizado por los autores, sólo se encontraron referencias del investigador C.

Radcliffe en relación a la ubicación ideal del CIR para el mecanismo policéntrico de 4 barras de control voluntario [12, 18]. Radcliffe señala que para el contacto de talón, con la pierna en completa extensión, la ubicación del CIR debe estar aproximadamente 100 mm arriba del centro de la rodilla y 6 mm posterior a la línea de referencia vertical; se dice que esta ubicación garantiza un movimiento suave del CIR hacia adelante y hacia abajo con el incremento del ángulo de flexión de la rodilla [12]. Luego, se corresponde con la referencia señalada para la prótesis *Hosmer Spectrum knee*, cuyas coordenadas del CIR son 128 mm desde la articulación superior del eslabón delantero de la prótesis y 20 mm posterior a la línea de referencia vertical [18]. Por último, otra consideración importante es que el CIR debe poseer una altura (distancia en ‘y’) casi constante al menos para los primeros 5° de flexión de rodilla en aras de incrementar su estabilidad [18].

Partiendo de esta información se estableció un método para determinar las coordenadas ideales X_{B_CIR} y Y_{B_CIR} . En primer lugar se seleccionaron unas dimensiones preliminares para los 6 parámetros del mecanismo que cumplieran con el rango de los parámetros señalados en la Tabla 1 y con las restricciones establecidas para el dimensionamiento dadas a continuación:

1. El tipo de mecanismo: de ‘control voluntario’ [12], donde la longitud del eslabón ‘a’ (eslabón posterior) debe ser mayor que la longitud del eslabón ‘c’ (eslabón anterior).
2. Condición de eslabonamiento de Grashof [17]: la suma de las longitudes del eslabón más corto y el más largo debe ser menor que la suma de las otras dos longitudes, para garantizar el movimiento continuo del mecanismo.

Los valores dados en la Tabla 1 establecen valores dimensionales mínimos y máximos aceptables (considerando las dimensiones físicas de la pierna humana y algunas referencias de prótesis policéntricas comerciales [19]) para las longitudes de los eslabones ‘a’, ‘b’, ‘c’ y ‘d’, y ángulos θ_1 y θ_4^* , las longitudes se ubican entre 20 y 80 mm y los ángulos entre 0 y 45°. Con las dimensiones preliminares se realizó una simulación del mecanismo para obtener las coordenadas X_{B_CIR} y Y_{B_CIR} en cada instante a lo largo de la fase de apoyo del ciclo de marcha. Con estas dimensiones se determinó la distancia desde el CIR hasta el centro de la rodilla definido por el punto B (unión entre los eslabones ‘b’ y ‘c’) de la Fig. 2c. Luego, esta distancia se considera el radio de una circunferencia centrada en el punto B, la cual se dibuja para cada ángulo de flexión de rodilla durante el apoyo (ver Fig. 3). Así mismo, a partir del centro de la rodilla se dibujó la porción del muslo ubicada de acuerdo al ángulo de flexión de rodilla en cada instante. Considerando lo señalado en [18] para

las coordenadas 'x' y 'y' de ubicación ideal del CIR para un ángulo de flexión de rodilla de 0° (específicamente para la prótesis *Hosmer Spectrum knee*), se calculó el ángulo de desplazamiento angular hacia atrás de la línea vertical como el arco tangente de las coordenadas del CIR ($8,88^\circ$). Con este ángulo, dicha ubicación ideal del CIR se estableció para cada instante de la fase de apoyo del ciclo de marcha, dibujando una línea desde el centro de la rodilla desplazada este ángulo hacia atrás con relación al muslo (para cada ángulo de flexión). Finalmente se obtuvieron los puntos de intersección entre las circunferencias y estas líneas, los cuales determinan la ubicación del CIR ideal en cada instante, tal como se muestra en la Fig. 3. Estos puntos fueron utilizados como referencia para alimentar el AG, cuyas coordenadas X_{B_CIR} y Y_{B_CIR} de salida, calculadas a partir de (13) y (14), se comparan con las ideales para así evaluar la calidad de la solución arrojada para los 6 parámetros dimensionales del mecanismo.

Tabla 1. Delimitación dimensional de cada parámetro del mecanismo

| Parámetro o variable | Valor mínimo | Valor máximo |
|----------------------|--------------|--------------|
| Eslabón a | 20 mm | 80 mm |
| Eslabón b | 20 mm | 40 mm |
| Eslabón c | 20 mm | 80 mm |
| Eslabón d | 20 mm | 60 mm |
| Angulo θ_1 | 0° | 45° |
| Angulo θ^* | 0° | 35° |

2.3 Utilización de la técnica de Algoritmos Genéticos (AGs)

El AG es empleado como una técnica de búsqueda aleatoria con sesgo de los 6 parámetros de diseño del mecanismo. Para cada solución sintetizada por el AG, se obtiene la curva del CIR resultante y se evalúa cuantitativamente si se aproxima o no a la curva deseada mediante una función de *fitness*. Esta función de *fitness* se basa en una métrica de error de aproximación de curvas, X_{B_CIR} y Y_{B_CIR} , convirtiendo al AG en un método de minimización de dicho error de aproximación, el cual se torna multi-objetivo, ya que los distintos parámetros han de cumplir con las restricciones de valor descritas en la Tabla 1, así como las derivadas del tipo de mecanismo –de control voluntario- y del eslabonamiento de Grashof.

Para la implementación del AG se comenzó empleando pocas generaciones, un número pequeño de individuos y una tasa de mutación baja. De la misma forma, se seleccionó una función de *fitness* sencilla e intuitiva. Sin embargo, considerando los resultados obtenidos se fueron realizando los cambios pertinentes con el objeto de acercarse a la solución deseada; la mejora del algoritmo implicó el cálculo del *fitness* empleando distintas ecuaciones para calcular el error entre la curva deseada

y la solución obtenida. Posteriormente se incrementó el número de generaciones y de individuos para evaluar la mayor cantidad de soluciones en un tiempo razonable y, con el objeto de evitar caer en mínimos locales, se implementó la tasa de mutación variable en el tiempo. A continuación se detalla cada una de las características principales del algoritmo:

- La técnica de selección utilizada fue el “torneo”, donde todas las soluciones poseen una probabilidad no nula de generar una descendencia para la siguiente generación. Este método exhibe la ventaja de que hasta las soluciones con menor *fitness* pueden aportar avances al mezclarse con el resto de la población, dando variabilidad a la carga genética de la población. Esto redundará en una menor probabilidad de caer en mínimos locales.
- La tasa de mutación varía en el tiempo, para las primeras 50 iteraciones se utiliza la más alta (igual a 1) para obtener los resultados más variables posibles y realizar una búsqueda completamente aleatoria al principio. A partir de la iteración 51 se fija la tasa en 0.03 y se comienza a revisar cada 100 iteraciones el valor de *fitness* del mejor individuo de la población, si este valor se mantiene fijo la tasa de *fitness* se aumenta en 0.005 hasta llegar a la iteración 1000; esto se realizó para evitar que el algoritmo se quedara “atrapado” en un mínimo local. Finalmente a partir de 1000 iteraciones la tasa de mutación se fijó en un valor menor (0.025) para que el algoritmo sólo ajuste la solución final.
- Se utilizó la codificación Gray lineal para los cromosomas, con el objeto de que los parámetros estén definidos entre valores máximos y mínimos especificados para cada parámetro. Esto asegura que haya validez en todas las posibles soluciones que se codifiquen en el cromosoma. Además, la codificación Gray ayuda a cumplir con el concepto de causalidad en un AG: un mínimo cambio en el genotipo, produce un mínimo cambio en el fenotipo.
- Se decidió utilizar 1500 generaciones (iteraciones), con cada generación compuesta por 300 individuos (posibles soluciones) a evaluar. De esta manera se obtienen buenas soluciones en un tiempo aceptable para un algoritmo que realiza múltiples operaciones. Cada individuo consta de 6 bytes, un byte para cada parámetro (ver Tabla 2). Se considera que 1 byte provee suficiente resolución para cada uno de los parámetros codificado, ya que se obtienen resoluciones menores a las tolerancias en los posibles procesos de fabricación del mecanismo.

- La ecuación (15) es la función de *fitness* para el problema de aproximación de curva multi-objetivo con restricciones. En esta función, las variables *penal1* y *penal2* se hacen 1 si alguna de las restricciones impuesta fue violada; las variables *k1* y *k2* son el peso de cada penalización, en este algoritmo es igual a 2. Por último, empleando (16) y (17) se calculan E_x y E_y , los cuales se determinan para cada valor de θ_R , obteniendo la diferencia entre los puntos P_D y P_O , siendo $P_D(x_D, y_D)$ el punto de la curva CIR deseada y $P_O(x_O, y_O)$ el punto en la curva CIR obtenida por el algoritmo.

$$fit = \frac{1}{1+E_x+E_y+k_1*penal1+k_2*penal2} \tag{15}$$

$$E_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{\theta_R} (x_{Di}-x_{Oi})^2}{N_{puntos}}} \tag{16}$$

$$E_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{\theta_R} (y_{Di}-y_{Oi})^2}{N_{puntos}}} \tag{17}$$

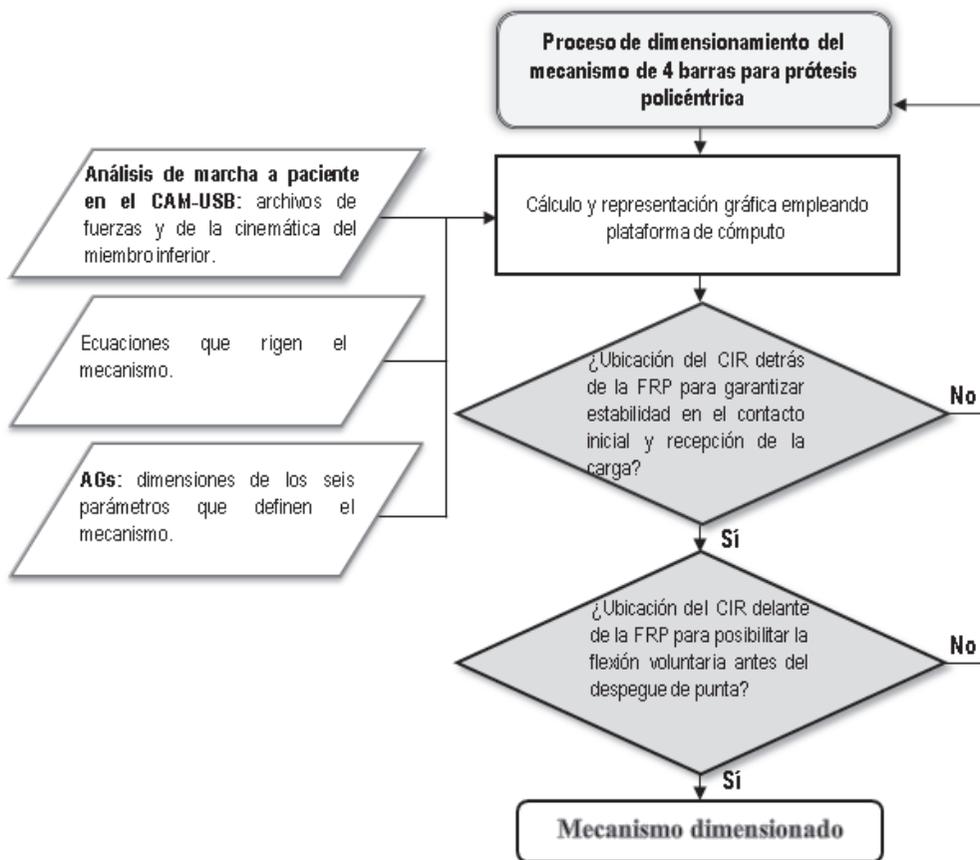


Fig. 3. Resultado gráfico del método empleado para establecer X_{B_CIR} y Y_{B_CIR} ideales.

Tabla 2. Configuración de cada individuo

| Cromosoma de un individuo (6 Bytes) | | | | | |
|-------------------------------------|--------|--------|--------|------------|------------|
| a | b | c | d | θ_1 | θ^* |
| 1 Byte | 1 Byte | 1 Byte | 1 Byte | 1 Byte | 1 Byte |

Luego de múltiples ejecuciones, el AG proporciona distintas soluciones para los parámetros del mecanismo buscando maximizar la función de *fitness*, o lo que es lo mismo, un mejor acercamiento a las curvas deseadas para

las coordenadas X_{B_CIR} y Y_{B_CIR} . Empleando la plataforma de cómputo alimentada con las dimensiones de los 6 parámetros que configuran el mecanismo obtenidas a partir del AG, se representa gráficamente la pierna, la FRP y

el mecanismo de la prótesis durante la fase de apoyo del ciclo de marcha, y se compara la ubicación del CIR en relación a la FRP. Luego, en función de los resultados de dicha comparación, es posible pedir una nueva solución al

AG (para los 6 parámetros dimensionales del mecanismo) hasta obtener las dimensiones funcionales requeridas. Este procedimiento se esquematiza en la Fig. 4.

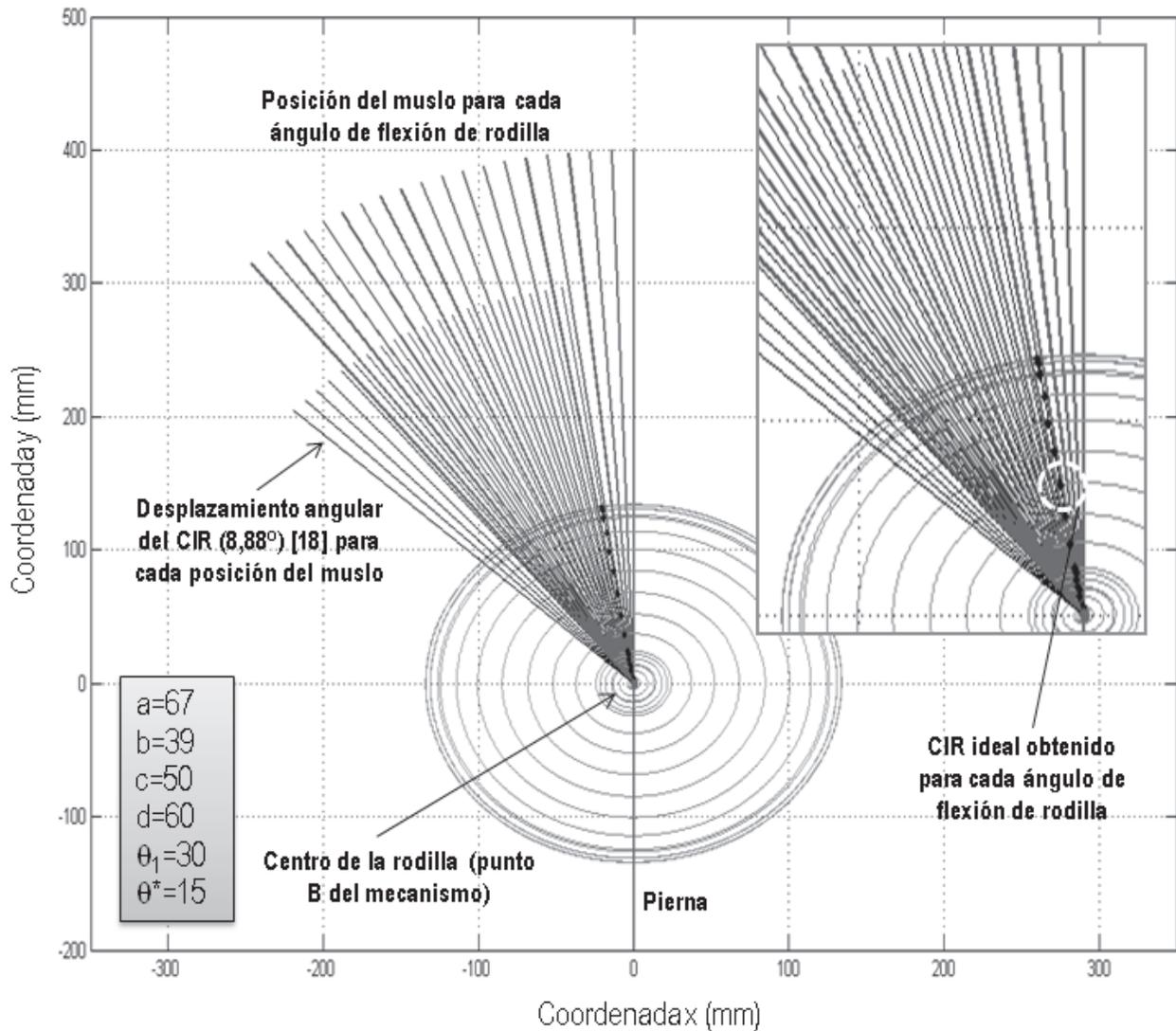


Fig. 4. Esquema del procedimiento empleado para el dimensionamiento del mecanismo.

III. RESULTADOS

A través del análisis de marcha se obtuvo el vector FRP, la localización de las articulaciones de cadera, rodilla y tobillo, además del pie y el ángulo de flexo-extensión de la rodilla, a lo largo de la fase de apoyo de 20 ciclos

de marcha. En la Fig. 5 se presenta uno de los ciclos estudiados, mostrando el vector FRP y cada una de las articulaciones; las gráficas ubicadas en la parte inferior se corresponden con la cinemática de la rodilla protésica.

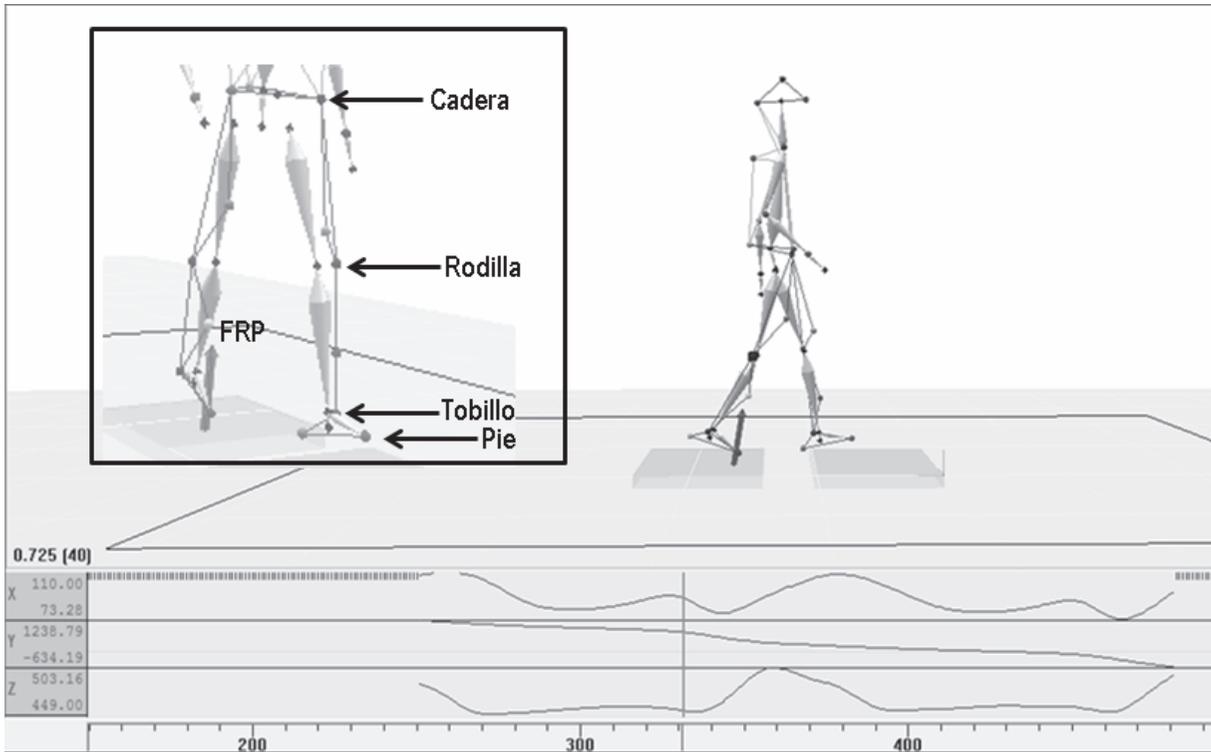


Fig. 5. Representación en Cortex® (*Motion Analysis*) del despegue de punta del pie derecho.

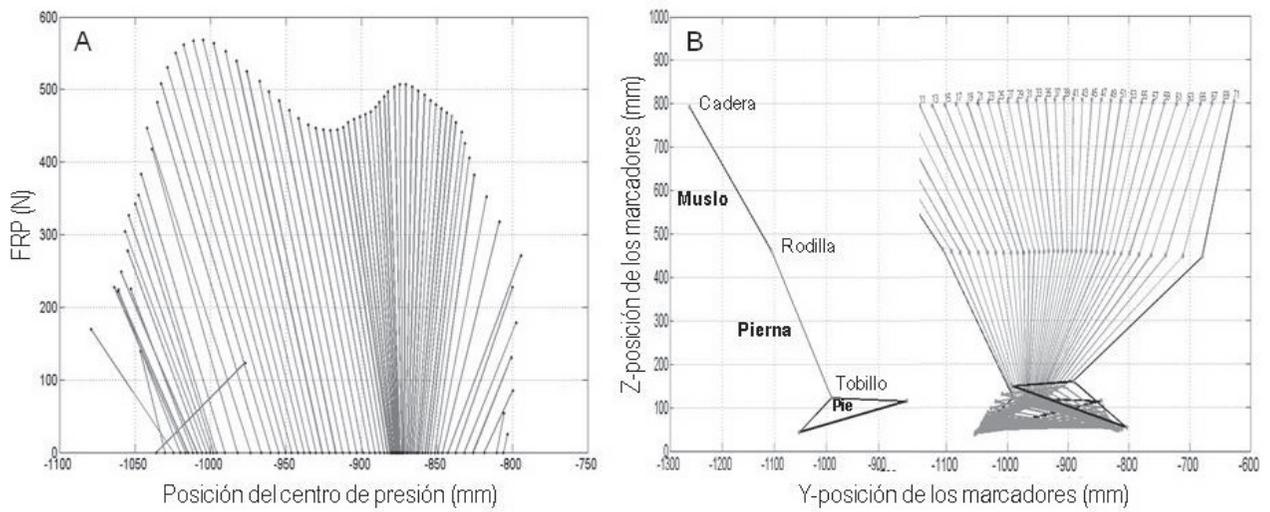


Fig. 6. (a) Representación del vector FRP. (b) Representación del movimiento de la pierna durante la fase de apoyo del ciclo de marcha.

Combinando las componentes vertical y antero-posterior del vector FRP con el centro de presión en el plano sagital, se obtuvo la representación gráfica de la secuencia espacio-temporal de la FRP durante la fase de apoyo del ciclo de marcha en dicho plano. Esta representación es conocida como “*butterfly diagram*” o diagrama de Pedotti [20]. En la Fig. 6a se presenta uno de los diagramas obtenidos para la pierna protésica mientras que en la Fig. 6b se representa el movimiento real del miembro inferior para la fase de apoyo del ciclo de marcha, empleando las coordenadas de localización en el plano sagital de cada uno de los centros de las articulaciones de cadera, rodilla y tobillo, además del pie, a lo largo de la fase de apoyo. Este par de figuras

son sobrepuestas más adelante, junto al mecanismo de la prótesis, a efectos de evaluar el comportamiento de esta última luego de su dimensionamiento.

Para la representación del mecanismo se alimentó la plataforma de cómputo con las longitudes de los 4 eslabones y los ángulos θ_1 y θ^* , además del ángulo de entrada θ_R asociado a la flexión de rodilla, y se obtuvo una configuración del mecanismo como la mostrada en la Fig. 7a. Allí se observan claramente los 4 eslabones y la ubicación del CIR para una flexión de rodilla de 0° , mientras que en la Fig. 7b se aprecia el movimiento sucesivo del mecanismo para ángulos de flexión de rodilla de 0 a 90° (a intervalos de 2°).

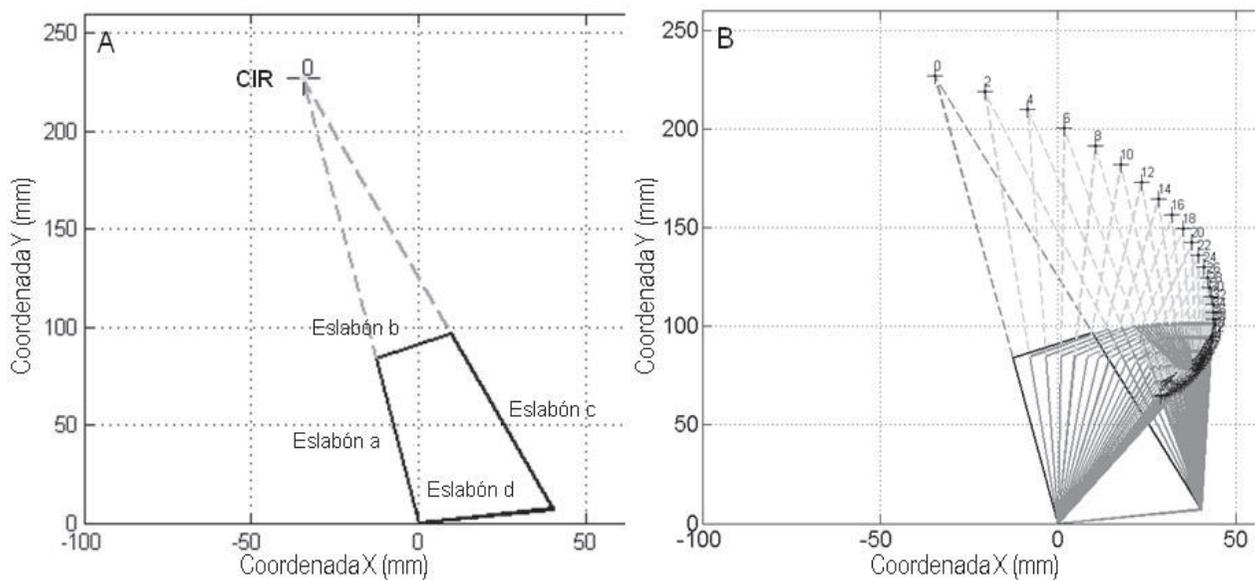


Fig. 7. (a) Representación del mecanismo para 0° de flexión de rodilla. (b) Movimiento sucesivo del mecanismo para ángulos de flexión de rodilla de 0 a 90° .

Aplicando el método establecido para determinar las coordenadas ideales del CIR, X_{B_CIR} y Y_{B_CIR} , requeridas como entradas al AG a efectos de obtener como salida una combinación de los 6 parámetros dimensionales, se obtuvieron las curvas de X_{B_CIR} y Y_{B_CIR} mostradas en la Fig. 8. La coordenada X_{B_CIR} tiene poca variación para el

rango de flexión de rodilla, en tanto que Y_{B_CIR} , para 0° de flexión de rodilla inicia aproximadamente en 120 mm y tiende a incrementar durante los primeros 5° de flexión, para luego desplazarse suavemente hacia abajo con el incremento sucesivo del ángulo de flexión.

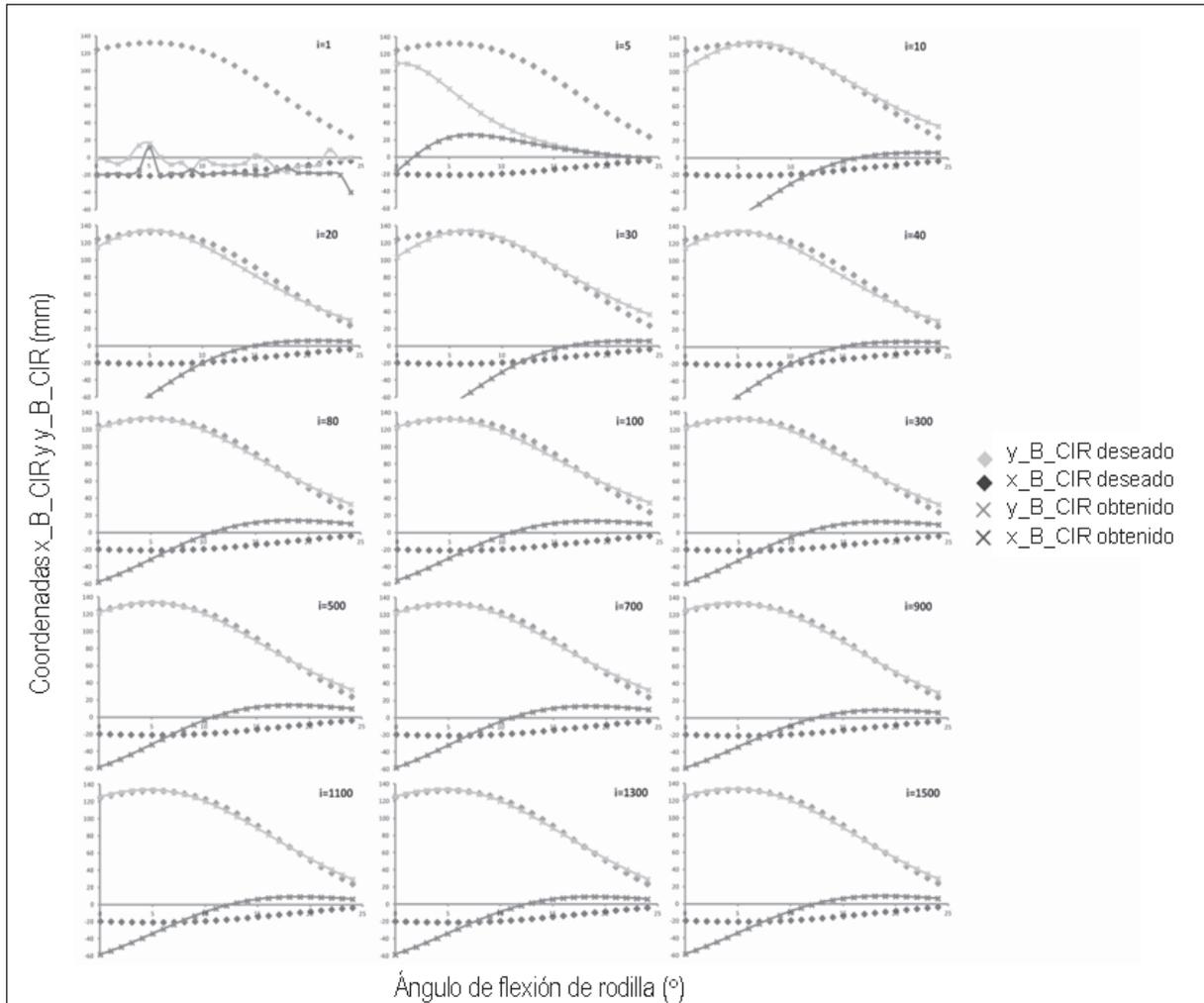


Fig. 8. Evolución de la mejor solución obtenida a través del AG.

A través del AG no fue posible acercarse simultáneamente a las curvas de las coordenadas del CIR deseado, X_{B_CIR} y Y_{B_CIR} , mas, sí fue posible acercarse con muy poca diferencia a cada una de ellas por separado. En la Fig. 8 se muestra la evolución de la mejor solución obtenida incluyendo las generaciones 1, 5, 10, 20, 30, 40, 80, 100, 300, 500, 700, 900, 1100, 1300 y 1500. Para la generación 1500 se tiene el resultado final de la mejor solución, que implicó un solapamiento para la coordenada Y_{B_CIR} entre la curva deseada y la curva resultante del AG, y una diferencia apreciable pero aceptable para la coordenada X_{B_CIR} .

En la Fig. 9 se muestra, para la solución final, la representación gráfica del mecanismo colocado sobre la pierna, la ubicación de la FRP a lo largo de la fase de apoyo del ciclo de marcha y las dimensiones resultantes de los parámetros del mecanismo ($a=79.77$ mm, $b=34.22$ mm, $c=61.02$ mm, $d=56.72$ mm, $\theta^*=30.08^\circ$, $\theta_1=44.82^\circ$). En los primeros 9 cuadros, aproximadamente 8% del

ciclo de marcha para la velocidad promedio de caminado de la paciente de 0,91 m/s, el vector FRP se ubica delante del CIR del mecanismo, lo que garantiza estabilidad en el contacto inicial y respuesta a la carga. La flexión de rodilla máxima alcanzada en estos 9 cuadros se ubica entre $3,5$ y 4° . Luego, en el cuadro 55, aproximadamente 45% del ciclo de marcha para la misma velocidad de traslación, ocurre la máxima extensión de la rodilla antes del despegue de punta. A partir de ese cuadro, la FRP comienza a ubicarse detrás del CIR del mecanismo, lo que garantiza la flexión voluntaria de la rodilla. En la Fig. 10 se presentan de forma ampliada los cuadros 1, 9 y 55; allí se puede apreciar con mayor claridad la ubicación del CIR en relación a la FRP: el cuadro 1 corresponde al contacto inicial de talón y es evidente la ubicación del vector FRP por delante del CIR; el cuadro 9 muestra la fase de respuesta a la carga y allí el vector FRP se ubica ligeramente por delante del CIR; y en el cuadro 55, justo antes del despegue de punta, la FRP se ubica detrás del CIR.

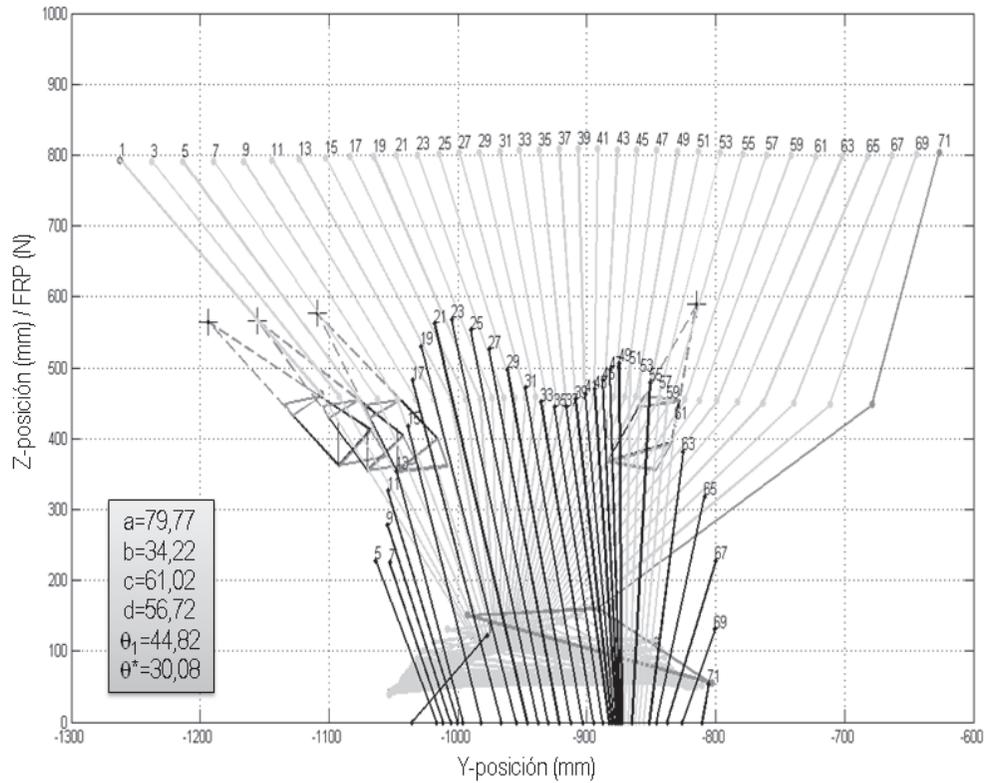


Fig. 9. Representación gráfica del mecanismo colocado sobre la pierna (para los cuadros 1, 5, 9 y 55) y la ubicación de la FRP a lo largo de la fase de apoyo del ciclo de marcha.

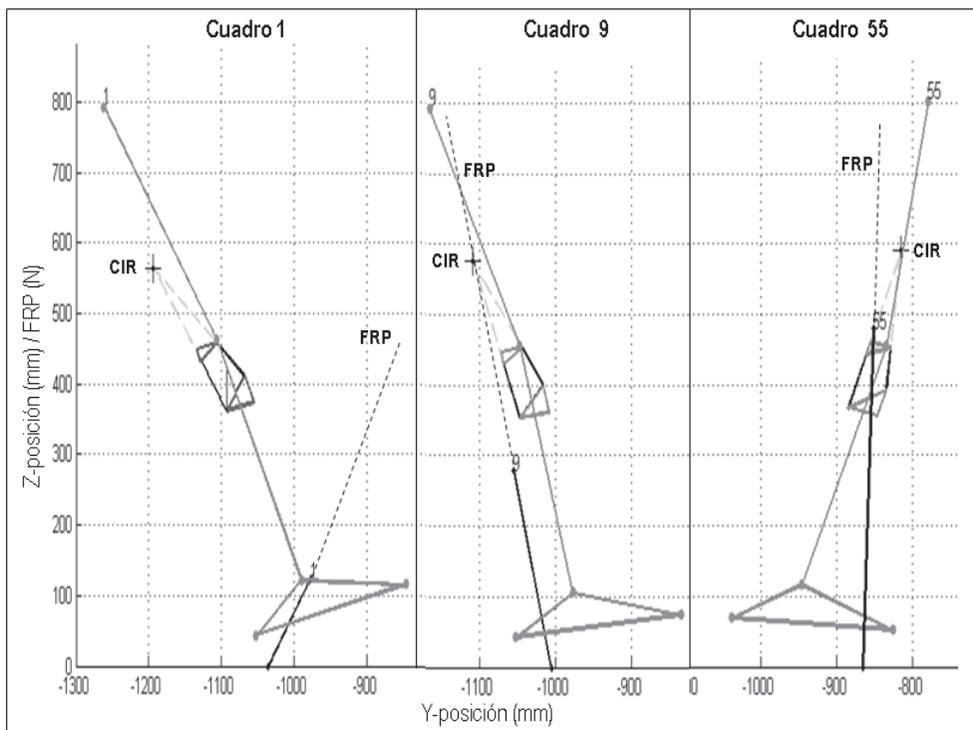


Fig. 10. Representación del mecanismo de la prótesis durante el contacto inicial y respuesta a la carga (cuadros 1 y 9) y justo antes de iniciar la flexión voluntaria hacia el despegue de punta (cuadro 55).

IV. DISCUSIÓN

El dimensionamiento del mecanismo fue posible a través de la plataforma computacional desarrollada, la cual integra los datos de captura del análisis de marcha con los resultados de los AGs. Más en detalle, la plataforma se alimenta con datos reales del movimiento de una pierna protésica, en este caso empleando una rodilla policéntrica de 4 barras, de la FRP generada durante la fase de apoyo del ciclo de marcha y de la propuesta de solución dimensional del mecanismo derivada de los AGs. La representación gráfica generada como salida de la plataforma computacional hizo posible comparar la ubicación del CIR con el vector FRP para cada instante del apoyo. Esto finalmente permitió seleccionar las dimensiones del mecanismo que garanticen estabilidad de la prótesis durante el contacto inicial y respuesta a la carga, así como la posibilidad de flexión antes del despegue de punta.

Entre los mecanismos de rodillas protésicas, el policéntrico es el que se aproxima mejor al movimiento de la rodilla humana [10]; de allí que la información sobre la cinemática de la marcha, el vector FRP y el ángulo de flexo-extensión de rodilla fue tomada del análisis de marcha de una persona con amputación transfemoral empleando una prótesis policéntrica. Esto dio la posibilidad de dimensionar el mecanismo considerando la buena movilidad que otorga la prótesis de rodilla *Otto Bock* 3R106 (con control neumático) [19], lo cual se tradujo en que el análisis de estabilidad y proceso de dimensionamiento fue más exigente, resultando un mecanismo con una excelente estabilidad en las primeras sub-fases de apoyo y facilidad de flexión para la sub-fase previa al despegue de punta.

En la Fig. 8 se mostró el CIR deseado, el cual fue obtenido partiendo de la metodología diseñada en esta investigación; la curva del CIR para los diferentes ángulos de flexión de rodilla cumple satisfactoriamente lo señalado por [18] para garantizar el control voluntario del mecanismo por parte del amputado. Para un ángulo de flexión de rodilla de 0°, la ubicación del CIR es aproximadamente 120 mm arriba del centro de la rodilla y en la medida que incrementa el ángulo de flexión de rodilla, se presenta un movimiento suave del CIR hacia adelante y hacia abajo; así mismo, para los primeros 5° de flexión de rodilla se produce un incremento gradual de la distancia en 'y' desde el centro de la rodilla, antes de iniciarse el descenso del CIR. A través de los AGs fue posible acercarse con muy poca diferencia a cada una de las coordenadas del CIR, X_{B_CIR} y Y_{B_CIR} , por separado. Sin embargo, el acercamiento a la coordenada X_{B_CIR} implicaba un resultado inaceptable para la coordenada Y_{B_CIR} , lo cual no sucedió cuando se trabajó el algoritmo acercándose a

la coordenada Y_{B_CIR} , pues se obtuvo una curva aceptable para la coordenada X_{B_CIR} . El mejor resultado, mostrado en la Fig. 8, implicó un solapamiento casi exacto para la coordenada Y_{B_CIR} entre la curva deseada y la resultante del AG, y una diferencia apreciable pero aceptable para la coordenada X_{B_CIR} .

En cuanto a la Fig. 9, se puede observar que a través de la plataforma de cómputo y los AGs se logró dimensionar el mecanismo de la prótesis adecuadamente para garantizar el comportamiento deseado, tanto durante el contacto de talón y respuesta a la carga, como en el pre-balanceo antes del despegue de punta. Sin embargo, la condición donde el vector FRP se ubica delante del CIR del mecanismo (para garantizar estabilidad) durante la fase de contacto de talón y respuesta a la carga ocurre sólo en los primeros 9 cuadros, es decir: aproximadamente hasta el 8% del ciclo de marcha, ubicándose la flexión máxima alcanzada por la rodilla entre 3,5 y 4°. El objetivo que se persigue en esta investigación, para proceder a fabricar el primer prototipo de la prótesis, es dimensionar el mecanismo de manera tal que garantice estabilidad en las fases de contacto de talón y respuesta a la carga para una flexión de rodilla hasta 10°. Por tal motivo, empleando la metodología desarrollada en este artículo y ajustando la curva del CIR deseado y/o modificando algunos de los parámetros del AG se seguirá iterando hasta obtener dicho objetivo.

A diferencia del trabajo de Lugo [7], en esta investigación se consideró la configuración y funcionamiento correctos para el mecanismo de 4 barras de la prótesis, tal como lo presentan Hobson y Torfason [8], donde el CIR es el punto que cumple una trayectoria definida para garantizar la estabilidad del mecanismo. Así mismo, se tomaron datos reales de marcha para efectuar las simulaciones y selección de las dimensiones del mecanismo; esto permitió obtener efectivamente la configuración de un mecanismo para una prótesis de rodilla. Por otra parte, en contraposición al trabajo de Hobson y Torfason [8], donde se emplearon métodos numéricos cuya respuesta depende de la semilla inicial dada, en esta investigación se trabajó con la técnica de AGs, caracterizada por la búsqueda aleatoria con sesgo y el uso de reglas probabilísticas para la transición entre soluciones, lo que garantiza la no dependencia de una semilla inicial.

El mecanismo aquí desarrollado presenta dimensiones dentro de los rangos de medidas de los mecanismos de 4 barras de prótesis comerciales; esto, para las longitudes de las barras, así como en términos de ancho y alto de la prótesis resultante a partir de dichas dimensiones (en ambos planos, sagital y coronal). Sin embargo, cabe señalar igualmente que la mayoría de estos mecanismos son del tipo de 'CIR elevado' (de acuerdo a la clasificación

presentada por Radcliffe [12]), los cuales poseen el eslabón anterior de mayor longitud que el posterior.

Aunque el diseño y dimensionamiento de un mecanismo cerrado puede ser en principio sencillo, al llevarlo a una aplicación particular —como es el caso del mecanismo de una rodilla protésica—, se deben considerar una serie de variables y aspectos funcionales a efectos de que el mecanismo cumpla con el desempeño esperado. Para el caso particular de la rodilla es fundamental considerar que el punto crítico lo representa el CIR del mecanismo, ya que de su ubicación en relación a la FRP depende buena parte de la estabilidad de la prótesis, aunque por supuesto también intervienen otros factores como la alineación, ajuste del encaje, y longitud y fuerza del muñón, entre otros.

V. CONCLUSIÓN

Producto de este trabajo se cuenta en la actualidad con una plataforma computacional que integra los datos de captura obtenidos a partir de análisis de marcha con los resultados de los AGs para dimensionar el mecanismo de 4 barras de la prótesis. Esta plataforma representa una herramienta objetiva que combina esta información y simula el comportamiento de la prótesis sobre la pierna a lo largo de la fase de apoyo del ciclo de marcha para determinar, al comparar la ubicación del CIR en relación al vector FRP, si cumple o no con el desempeño deseado. Esta plataforma permite dar respuesta a las distintas necesidades de diseño de mecanismos policéntricos para prótesis de rodilla a nivel de dimensionamiento; en este caso particular, para dimensionar un mecanismo de ‘control voluntario’, del cual no se tienen referencias comerciales, pues la mayor parte de las prótesis en el mercado poseen mecanismos de ‘CIR elevado’.

El análisis de marcha, a través de la información del movimiento de las articulaciones del miembro inferior, la FRP generada durante la fase de apoyo y el ángulo de flexo-extensión de rodilla, proporcionó información objetiva para realizar el análisis de estabilidad del mecanismo. Por su parte, la técnica de AGs hizo posible determinar de manera eficiente un set de dimensiones adecuadas para los 6 parámetros del mecanismo, lo cual se traduce en una forma de diseño optimizado a través de la implementación de una técnica de inteligencia artificial. En particular, el mecanismo dimensionado a partir de la plataforma de cómputo desarrollada garantiza la estabilidad de la rodilla después del contacto de talón y durante la respuesta a la carga, y la flexión voluntaria durante el apoyo terminal y el pre-balanceo, antes del despegue de punta.

VI. TRABAJOS FUTUROS

Con el objeto de continuar avanzando en el desarrollo de una prótesis policéntrica de rodilla de 4 barras, en la actualidad los autores siguen trabajando con la plataforma computacional y el análisis de marcha de otros pacientes empleando distintas prótesis policéntricas de rodilla disponibles comercialmente.

De igual forma, con el objetivo de dimensionar el mecanismo de manera tal que garantice estabilidad en las fases de contacto de talón y respuesta a la carga para una flexión de rodilla de hasta 10°, se sigue trabajando con la metodología mostrada en este artículo y ajustando la curva del CIR deseado así como algunos de los parámetros del AG.

AGRADECIMIENTO

Los autores desean expresar su más sincero agradecimiento a la Sociedad Internacional de Biomecánica (ISB, por sus siglas en inglés) y a la Corporación Motion Analysis, por su invaluable apoyo en la donación de los equipos y soporte técnico durante la realización de las capturas a partir de las cuales fue posible esta investigación. De igual forma los autores agradecen al C. P. O. Fernando Carvalho y a los pacientes de la empresa Biotecnologías Ortoprotésicas por el apoyo brindado para la realización de la investigación.

REFERENCIAS

- [1]. González Rico, M. Proyecto rodilla pediátrica CIREC. Trabajo de grado de maestría, Magister en Ingeniería Biomédica, Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia, 2005.
- [2]. Correal, S., Palacio, L. y Salazar, I. Análisis FEA de prótesis de rodilla policéntrica. *Avances en Sistemas e Informática*, 3(1), 35-38, 2006.
- [3]. Enríquez, J., Alonso, E., Méndez, A. y Pérez, L. Diseño y construcción de una prótesis de rodilla con pistón magnetoreológico. *8° Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*. Cusco, Perú, Octubre 2007.
- [4]. Valentino, G., Guerrero, L., Obregón, D. y Avalos O. Desarrollo de prótesis externa de rodilla con mecanismo policéntrico. *Acta Ortopédica Mexicana*, 22(4), 247-253, 2008.
- [5]. Campos Padilla, I. Diseño de un mecanismo policéntrico para prótesis de rodilla. Trabajo de grado de maestría, Magister en Ciencias en Ingeniería Mecánica, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, México, 2008.
- [6]. Xie, Liang, Li y Guo. The knee joint design and control of above-knee intelligent bionic leg based on magneto-rheological damper. *International Journal of Automation and Computing*, 7(3) 277-282. 2010.
- [7]. Lugo, E. Diseño de mecanismos utilizando algoritmos genéticos con aplicación en prótesis de miembro inferior. Tesis de Doctorado, Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica, Escuela

- Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Instituto Politécnico Nacional, México, 2010.
- [8]. Hobson, D.A. y Torfason, L.E. Computer optimization of polycentric prosthetic knee mechanisms. *Bull Prosthet Res*, 187-201, 1975.
- [9]. Viladot R., Cobi O. y Clavell S. Órtesis y Prótesis del Aparato Locomotor. 2.1. Extremidad Inferior. Masson, 1994.
- [10]. Viladot, R., Cobi, O. y Clavell, S. Órtesis y Prótesis del Aparato Locomotor. 2.2. Extremidad Inferior. Masson, 1989.
- [11]. Gard, S., Childress, D. y Uellendahi, J. The Influence of four-bar linkage knees on prosthetic swing-phase floor clearance. *Journal of Prosthetics and Orthotics*, 8(2), 34-40, 1996.
- [12]. Radcliffe, C. W. Four-bar linkage prosthetic knee mechanisms: kinematics, alignment and prescription criteria. *Prosthetics and Orthotics*, 18, 159-173, 1994.
- [13]. Hafner, B. y Smith, D. Differences in function and safety between Medicare Functional Classification Level -2 and -3 transfemoral amputees and influence of prosthetic knee joint control. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 46(3), 417, 2009.
- [14]. Amador, B.T., Torrealba, R. R. y Müller-Karger, C.M. Diseño conceptual de una prótesis policéntrica de rodilla para amputados transfemorales en Venezuela. *Proceedings of the 2011 Pan American Health Care Exchanges Conference*, Río de Janeiro, Brazil, March 28-April 1, 2011.
- [15]. Pham, D.T. y Karaboga, D. Intelligent Optimizations Techniques: Genetic Algorithms, Tabu Search, Simulated Annealing and Neural Networks. Springer, 2000.
- [16]. CORTEX (1.1). User's Manual. Motion Analysis, 2008.
- [17]. Norton, R. Diseño de maquinaria: síntesis y análisis de máquinas y maquinarias. McGraw-Hill, 2005.
- [18]. Radcliffe, C. W. Biomechanics of knee stability control with four-bar prosthetic knees. *ISPO Australia Annual Meeting*, Melbourne, 2003.
- [19]. Bock ibérica (2011). Prótesis de pierna: rodillas 3R20, 3R21, 3R55, 3R60 y 3R106. Noviembre 2011. Disponible en: http://www.ottobock.es/cps/rde/xchg/ob_es_es/hs.xsl/1943.html
- [20]. Whittle, M. Gait Analysis an Introduction. Butterworth Heinemann, 2007.