

# Aproximación al diseño de robots paralelos, análisis de caso del robot delta

MICHEL FELIPE PEDRAZA <sup>(1)</sup>, PEDRO F. CÁRDENAS <sup>(2)</sup>,  
FERNANDO JOSÉ RODRÍGUEZ <sup>(3)</sup>, EUGENIO YIME <sup>(4)</sup>

(1) michelfelipedraza@gmail.com

Grupo de Investigación Investigación UNRobot  
Universidad Nacional de Colombia

(2) pfcardenash@unal.edu.co

Profesor, Universidad Nacional de Colombia

(3) fjrodriguez@unal.edu.co.

Profesor, Universidad Nacional de Colombia

(4) eugenio.yime@gmail.com

Profesor, Universidad Tecnológica de Bolívar

# Aproximación al diseño de robots paralelos, análisis de caso del robot delta

## RESUMEN

*Palabras clave:*

***Robot paralelo; diseño de robots; robótica industrial***

Los robots paralelos tienen una arquitectura cinemática cerrada, en la cual se obtienen múltiples caminos que unen dos puntos del mecanismo, permitiendo mayores velocidades en el espacio de trabajo, una mayor rigidez estructural y por ende muy altas aceleraciones frente a los robots de cadenas cinemáticas abiertas. Este artículo presenta el estudio para el diseño de un robot paralelo de 4 grados de libertad delta 3T1R (3 traslacional y 1 Rotacional); se definen los requerimientos de diseño de acuerdo al estudio hecho en el benchmarking, procediendo con obtener en modelo cinemático inverso mediante la terna de ángulos a partir de una posición de la base móvil, llegando a resolver la ecuación vectorial del punto central de la plataforma fija; para determinar la cinemática directa se determinan las posiciones del punto central de la plataforma móvil, solución que está supeditada a la intersección de tres esferas formada por cada brazo.

## I. INTRODUCCIÓN

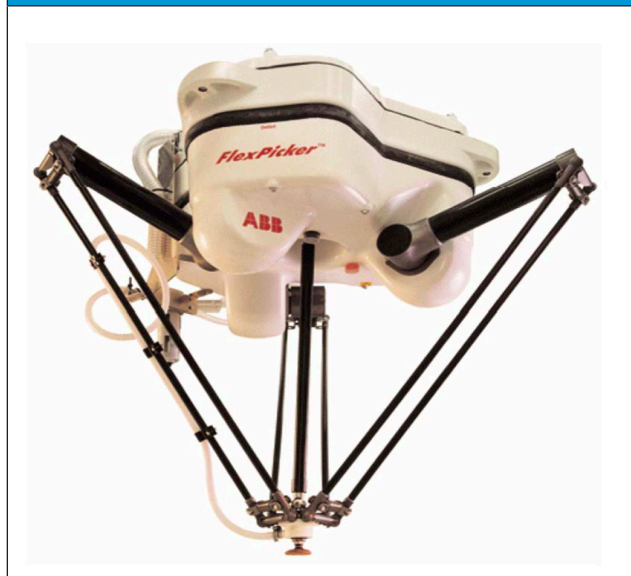
En el campo de la robótica se distinguen dos arquitecturas principales en lo concerniente al diseño de mecanismos que componen los robots. La primera de ellas, y más común, es la arquitectura serial, donde desde el punto de vista cinemático sólo existe un único camino entre dos puntos cualesquiera del mecanismo; la segunda corresponde a la arquitectura paralela, en donde se pueden presentar múltiples caminos (por diferentes cadenas cinemáticas) que unen dos puntos del mecanismo. El enfoque serial es el más difundido y es el que se ha aplicado en la gran mayoría de los manipuladores industriales; sin embargo, desde principios de los 80s la arquitectura paralela ha tenido grandes avances y se vislumbra como una alternativa sólida a los robots seriales.

Una definición ampliamente aceptada para los robots paralelos es: "Aquellos robots en los que el extremo final está unido a la base por más de una cadena cinemática independiente" [1]. En términos generales, la arquitectura de los robots paralelos difiere ampliamente de la arquitectura serial, a la cual se está más habituado. Sin embargo, los robots paralelos ofrecen ventajas significativas como son: mayor capacidad de carga o mayor relación carga útil vs peso propio del robot; mayor rigidez estructural; y mayor precisión en el desplazamiento del efector final como consecuencia de su mayor rigidez mecánica. Estas propiedades los convierten en una alternativa bastante atractiva para las múltiples aplicaciones requeridas en la industria moderna.

Entre los robots paralelos, el que más impacto industrial ha tenido hasta la fecha es el robot DELTA, ver fig 1. Este robot se caracteriza por ser muy liviano y veloz, además de poseer una configuración cinemática sencilla basada en paralelogramos. A nivel industrial este robot se utiliza en aplicaciones "pick and place", es decir donde se requiere reposicionar objetos, una aplicación muy común a nivel industrial y llevada a cabo en la producción de alimentos, componentes electrónicos, farmacéuticos, manipulación de materiales, empaques, entre otros.

En Latinoamérica se han desarrollado una serie de avances en temáticas relacionadas con el diseño de robots de arquitectura paralela tipo delta, entre los cuales vale la pena destacar el "Diseño Mecánico de un robot paralelo delta de tres grados de libertad" [2] realizado en la Universidad Autónoma de México. Dicho trabajo se enfoca en gran medida a proponer un diseño general de robot delta con ciertas modificaciones de interés, tales como la adición de contra pesos en los brazos principales para reducir los torque vistos por el motor.

Fig. 1. Robot paralelo IRB340 de ABB



En Colombia, específicamente en la Universidad de Bucaramanga se desarrolló un proyecto bajo el nombre "Metodología para el diseño de un robot paralelo industrial tipo delta" [3], en el cual precisamente se realiza todo el proceso de diseño desde la etapa de selección de componentes, optimización dimensional, simulación de movimiento en ADAMS y simulación de elementos finitos en ANSYS.

La empresa ABB entra en el mercado de la producción de robots paralelos tipo Delta cuando hace un acuerdo con la compañía Elekta y de esta manera empieza a producir robots con paralelogramos mayores a 800mm, empezando una competencia entre el gigante ABB y la empresa Deumaurex. ABB lanza en 1999 el IRB 340, este producto estaba dirigido a los sectores alimenticio, farmacéutico y electrónico

principalmente. El robot tenía equipado un sistema de vacío capaz de tomar y dejar objetos de máximo un kilogramo rápidamente. Además venía incluido un sistema de visión de máquina y control de movimiento que permitía alcanzar velocidades de hasta 10m/s, que equivalía aproximadamente a 150 productos por minuto.

Para hacer frente a un mercado dominado por ABB por casi quince años, Deumareux hace una alianza con SIG Group en 1999 y empieza a ofrecer más que robots individuales, una línea completa de celdas de automatización. Actualmente los modelos más difundidos son el C23 y C33.

**Fig. 2.** Robot C23 y C33 de Deumareux.



Una de las ventajas de este robot es la manipulación de hasta 480 productos por minuto, pues su efector final es capaz de transportar hasta cinco productos simultáneamente. Los brazos del robot son articulados y desmontables rápidamente. Materiales compuestos, motores en posiciones fijas y cables sin flexión proporcionan resistencia, durabilidad y larga vida. Posee cuatro grados de libertad, tres de movimiento transversal y uno que permite la rotación del efector final. Construido con acero inoxidable e incluye interfaz con el usuario.

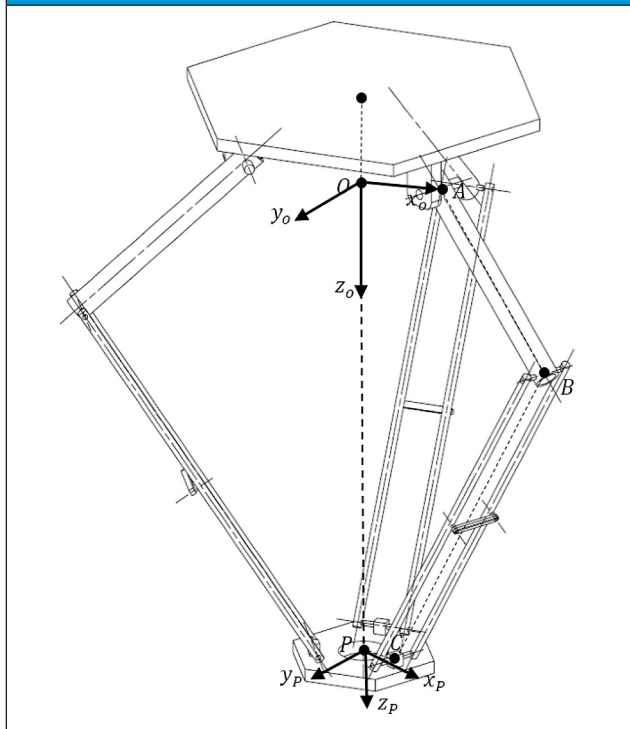
Otra de las empresas que está consolidada en el mercado de robots paralelos tipo delta es Adept. La particularidad de los modelos de esta empresa es el hecho de tener cuatro brazos en lugar de tres como habitualmente se diseñan, lo cual le da mayor versatilidad y velocidad. Estos modelos cuentan con cuatro grados de libertad, manejan un peso nominal de dos kilogramos, un peso máximo de seis kilogra-

mos y una velocidad de 10 m/s. Específicamente, el s650HS es utilizado en la industria alimenticia previniendo corrosiones y posibilitando una limpieza industrial diaria.

**Fig. 3.** Modelos Robots Delta Adept.



**Fig. 4.** Modelos geométrico del manipulador delta.



## II. CINEMÁTICA ROBOT DELTA

### A. Geometría del manipulador tipo delta

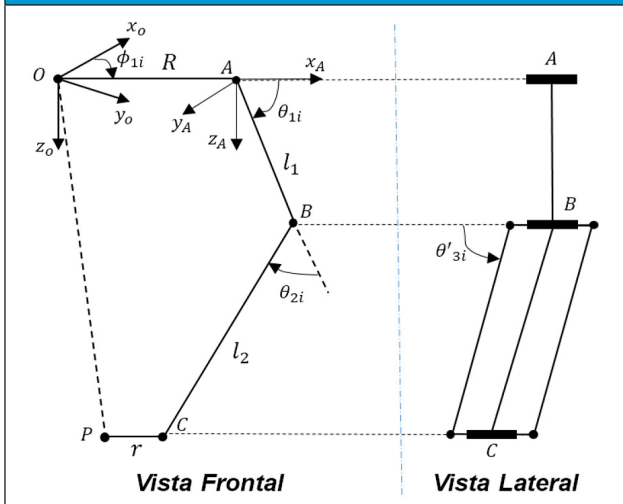
El modelo geométrico del robot tiene como referencia la figura 4, en la cual se tiene un sistema de referencia fijo notado como O en el centro de la plataforma fija. En este sistema el eje coordenado z es perpendicular a la plataforma fija y su sentido positivo apunta a la plataforma móvil; asimismo el eje x es perpendicular al eje del primer motor.

El segundo sistema coordenado de interés se ubica en el centro de la plataforma móvil, por lo tanto sirve para describir la posición del mismo. Además se tiene que en este sistema notado como  $P$ , los ejes coordenados están alineados con el sistema  $O$ .

Debido a la simetría de los brazos del robot (los cuales se encuentran desplazados  $120^\circ$  entre sí), es posible realizar un análisis independiente de cada cadena cinemática. Para el brazo se tiene una longitud  $l_1$  (brazo principal), mientras que el antebrazo posee una longitud  $l_2$  (brazo secundario). En la misma forma, la distancia desde el sistema  $O$  hasta la conexión con el brazo se denominará  $R$ , y en el caso de la distancia entre la conexión del antebrazo con la base móvil hasta el sistema  $O$ , se designará  $r$ .

Para completar el análisis es necesario tener tres sistemas coordenados adicionales, el primero ubicado en la conexión del motor con la junta del brazo principal, el cual se notará como  $A$ , el segundo en la conexión del brazo principal con los brazos secundarios denominado  $B$ , y el tercero en la conexión de los brazos secundarios con la plataforma móvil designado como  $C$ .

Fig. 5. Parámetros geométricos del manipulador delta.



De tal manera se tienen cuatro ángulos de interés en la geometría del robot delta, el primer ángulo está asociado a la distribución de los brazos respecto al sistema  $O$  en la base fija. Dicho parámetro se nota como  $\phi_i$  (donde el sufijo  $i$  representa el brazo al que corresponde); normalmente la distribución se

toma como  $(0^\circ, 120^\circ$  y  $240^\circ)$ . Los restantes ángulos del mecanismo están vinculados al brazo del robot, por convención se denotarán  $\theta_{1i}$ ,  $\theta_{2i}$ , y  $\theta_{3i}$ . El primer ángulo theta es la única variable actuada del sistema, puesto que es donde se conectan cada uno de los tres actuadores. El segundo ángulo theta, es uno de los dos grados de movilidad sub-actuados de la junta universal, tiene el mismo eje de rotación que  $\theta_{1i}$ . Finalmente  $\theta_{3i}$  corresponde al segundo movimiento subactuado de la junta universal, este ángulo tiene como eje al vector normal al plano formado por el eje de  $\theta_{2i}$  y la extensión del brazo principal, con centro en la conexión de la junta, esto es, en el centro del sistema  $B$ . En conjunto esta serie de ángulos son lo que proveen de movilidad al mecanismo del robot delta.

**B. Cinemática inversa**

La cinemática inversa del manipulador delta consiste en hallar la terna de ángulos  $\theta_{11}$ ,  $\theta_{12}$ , y  $\theta_{13}$  a partir de una posición  $[O_x O_y O_z]$  de la base móvil. El análisis radica en determinar la solución a la ecuación vectorial (ver Ecuación), la cual representa las trayectorias para llegar desde el sistema de coordenadas fijo hasta el sistema del efector final, teniendo como referencia el sistema  $O$ .

$$\overline{OA_i} + \overline{A_iB_i} + \overline{B_iC_i} + \overline{C_iP} = \overline{OP} \quad (1)$$

Dada la geometría del manipulador delta, el análisis cinemático se puede facilitar si se utilizan como referencias inicial y final los puntos  $A_i$  y  $C_i$  respectivamente. Asimismo, cambiando el sistema coordenado de origen al centrado en  $A$ , la ecuación quedaría:

$$\overline{A_iB_i} + \overline{B_iC_i} = \overline{OP} - \overline{OA_i} + \overline{C_iP} \quad (1)$$

Con base en la ecuación (1) se puede establecer la equivalencia de cada término usando los parámetros geométricos del mecanismo, esto es:

$$\begin{bmatrix} l_1 \cos \theta_{1i} \\ 0 \\ l_1 \sin \theta_{1i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_2 \sin \theta_{3i} \cos(\theta_{1i} + \theta_{2i}) \\ l_2 \cos \theta_{3i} \\ l_2 \sin \theta_{3i} \sin(\theta_{1i} + \theta_{2i}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi_i & \sin \phi_i & 0 \\ -\sin \phi_i & \cos \phi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\overline{A_i B_i} + \overline{B_i C_i} = \begin{bmatrix} C_{xi} \\ C_{yi} \\ C_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \cos \theta_{1i} + l_2 \sin \theta_{3i} \cos(\theta_{1i} + \theta_{2i}) \\ l_2 \cos \theta_{3i} \\ l_1 \sin \theta_{1i} + l_2 \sin \theta_{3i} \sin(\theta_{1i} + \theta_{2i}) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos \phi_i & \sin \phi_i & 0 \\ -\sin \phi_i & \cos \phi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r - R \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

En este caso es necesario añadir una matriz de rotación para cada brazo, dado el desfase de 120° que existe entre los mismos. Adicionalmente, para el primer brazo cuyo sistema de referencia  $A$  puede no estar alineado con  $O$ , se obtiene:

De la ecuación 4 se puede obtener directamente los ángulos  $\theta_{2i}$  y  $\theta_{3i}$ , el primero por despeje directo de la segunda fila de la matriz, y el segundo por la suma de cuadrados de todas las filas de la matriz, esto es:

$$\theta_{3i} = \cos^{-1} \left( \frac{C_{yi}}{l_2} \right) \quad (4)$$

$$C_{xi}^2 + C_{yi}^2 + C_{zi}^2 = 2|\theta_{3i}| \cos(\theta_{2i}) + l_1^2 + l_2^2 \rightarrow \theta_{2i} =$$

$$\cos^{-1} \left( \frac{C_{xi}^2 + C_{yi}^2 + C_{zi}^2 - l_1^2 - l_2^2}{2|\theta_{3i}|} \right) \quad (5)$$

Para encontrar el último ángulo  $\theta_{1i}$ , se reorganizan la primera y tercera fila la ecuación matricial 4 y se tiene:

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_{1i}) \\ \sin(\theta_{1i}) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} l_1 + l_2 \sin \theta_{3i} \cos(\theta_{2i}) & -l_2 \sin \theta_{3i} \sin(\theta_{2i}) \\ l_2 \sin \theta_{3i} \sin(\theta_{2i}) & l_1 + l_2 \sin \theta_{3i} \cos(\theta_{2i}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

En la ecuación 7, al desarrollar la solución se puede encontrar la función arco tangente para despejar el ángulo  $\theta_{1i}$ .

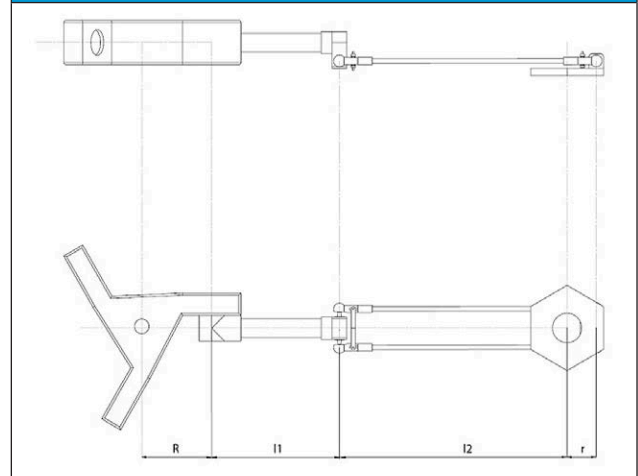
### C. Cinemática directa

El problema de la cinemática directa en el robot delta consiste en determinar la posición del sistema  $P$  solidario al centro de la base móvil respecto al sistema coordenado  $O$ . En este caso se conoce la terna de ángulos  $[\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}]$  y se desea determinar el

vector  $[P_x, P_y, P_z]^T$ . A grandes rasgos la solución de la cinemática directa está supeditada a la intersección de tres esferas formadas por cada uno de los brazos del manipulador, las cuales tienen como centro cada sistema coordenado  $B_i$  y radio  $L_{2i}$ , razón por la cual se pueden considerar cuatro casos:

- Solución genérica: Se hallan dos soluciones a la intersección de las tres esferas, cabe resaltar que dichas soluciones están reflejadas con respecto a un plano de simetría.
- Solución única: Una de las esferas es tangente al círculo formado por la intersección de las dos restantes, en consecuencia solo existe una solución posible.
- Solución singular: En este caso los centros de dos esferas coinciden, por lo que resulta un número infinito de soluciones. Esta configuración es poco probable puesto que requiere que  $[\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}] = 90^\circ$  y  $L_1 = L_2$ .
- Sin solución: Las tres esferas no se intersecan, esto es un punto fuera del espacio de trabajo del manipulador.

Fig. 6. Restricciones geométricas para el robot delta (Alcance horizontal).



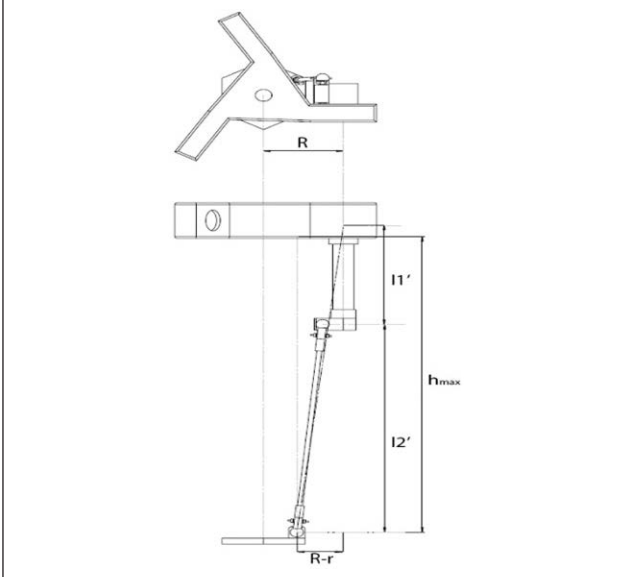
### III. DIMENSIONAMIENTO DE COMPONENTES

Para el caso del robot Delta la función a optimizar era el volumen de trabajo, dicho volumen no se trataba de una figura regular; como en muchos procesos de optimización, en este caso se trabajaba

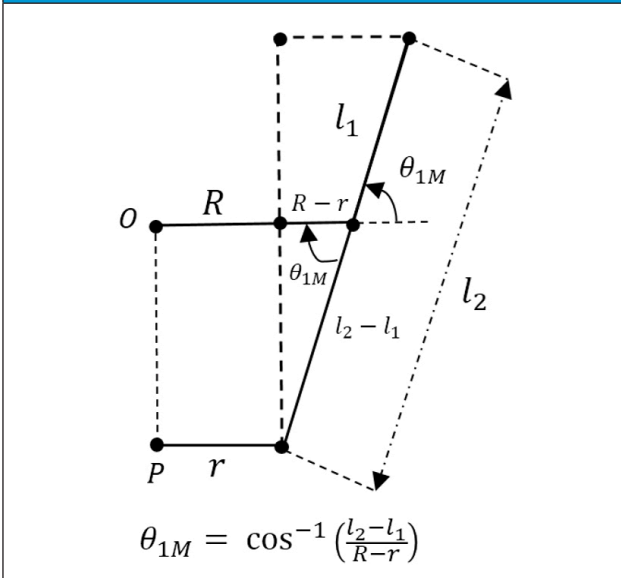


con una nube de puntos dentro de los que la cinemática inversa del robot tenía solución. Asimismo se debían tener en cuenta ciertas limitantes de espacio, las cuales en modo general representarían las restricciones para la función de optimización.

**Fig. 7.** Restricciones geométricas para el robot delta (Altura).



**Fig. 8.** Restricciones geométricas para el robot delta (ángulo actuado máximo).



Las restricciones empleadas se obtuvieron de tres fuentes principales, inicialmente las limitantes del mecanismo del robot delta ver Fig. 6 y Fig. 7, que en general se derivan de la geometría del mismo, en segunda medida el espacio de trabajo deseado pre-

liminarmente; por medio del cual se creó una idea inicial de las dimensiones aproximadas del robot y finalmente en concordancia con el punto anterior, se obtuvieron parámetros de referencia a partir del benchmarking, en términos de similitudes con los robot existentes, esto es se observó que de modo general existe una relación en la que la altura del espacio de trabajo corresponde al 40% de la longitud máxima entre plataformas del robot delta, cabe destacar que este resultado se obtuvo de manera comparativa entre los modelos empleados en el benchmarking, pero no constituye una ley general para el diseño de robots tipo delta.

#### IV. OPTIMIZACION EN EL DISEÑO

##### A. Algoritmo de optimización.

El proceso de optimización se puede dividir en tres etapas, definición espacio máximo y restricción de parámetros, variación de parámetros de prueba y evaluación de espacio obtenido.

1. Discretización espacio de trabajo: En esta etapa se definen las dimensiones máximas de la nube de puntos, en esta fase son importantes las limitaciones geométricas del mecanismo, ya que éstos corresponderán a los máximos del espacio a evaluar, de modo que no se incluirán puntos que simplemente por limitaciones físicas no estén en el espacio de trabajo, y en segunda medida es espaciado entre estos puntos, en términos prácticos 1mm debería ser la medida de paso entre puntos, sin embargo para reducir cálculos se tomó 10mm (Dado que se requiere resolver la cinemática inversa para cada punto de ésta nube, lo cual representaría una gran cantidad de cálculos). Del mismo modos definido el espacio de trabajo máximo se precisan las restricciones de los parámetros a optimizar, como se mencionó previamente dichas limitaciones provienen de la geometría del mecanismo y del proceso de benchmarking.

2. Variación de parámetros: Una vez definidas las restricciones de los parámetros y el la nube de puntos, se procede a variar los parámetros en pasos de 10mm para cada uno, esto implica bucles anidados para la variación de cada uno de los parámetros (4

ciclos) y tres bucles más para la validación de cada conjunto de dimensiones para la nube de puntos. Dado que el objetivo es encontrar la combinación de dimensiones que generen la mayor cantidad de puntos con solución para la cinemática inversa, se almacenan una variable booleana que sirve de prueba para confirmar la existencia del punto.

3. Evaluación espacio de trabajo: Finalmente la serie de valores correspondientes a los parámetros que presenten la mayor cantidad de puntos, es la que maximiza el espacio de trabajo del robot y por tanto la que se considera óptima.

**B. Dimensiones Óptimas.**

Las dimensiones óptimas para el robot delta fueron aquellas que produjeron el volumen máximo del espacio de trabajo discretizado, esto es las dimensiones que tuviesen la mayor cantidad de puntos en el espacio cinemáticamente alcanzable (puntos para los cuales existiera una solución a la cinemática inversa), dichos valores se presentan en la siguiente tabla con su respectivo parámetro asociado.

**TABLA I. RESTRICCIONES DIMENSIONALES PLANTEADAS PARA EL ROBOT DELTA**

Restricciones		Resultados
Restricción para espacio de trabajo vertical	$l_1 + l_2 = 480 \text{ mm}$	$l_1 = 352 \text{ mm}$
Restricción específica para dimensiones de los brazos	$1/2 l_2 \leq l_1 \leq 3/4 l_2$	$l_2 = 176 \text{ mm}$
Restricción dimensional para la base fija	$96 \text{ mm} \leq R \leq 160 \text{ mm}$	$R = 96 \text{ mm}$
Restricción dimensional para la base móvil	$20 \text{ mm} \leq r \leq 40 \text{ mm}$	$r = 40 \text{ mm}$

**C. Espacio de trabajo alcanzable cinemáticamente.**

Una vez definidos los parámetros dimensionales del robot delta, es preciso revisar el espacio de trabajo que se alcanzaría, esto es las coordenadas de la nube de puntos, para las cuales existe una solución a la cinemática inversa, sin tener en consideración ninguna restricción física del mecanismo como tal, de

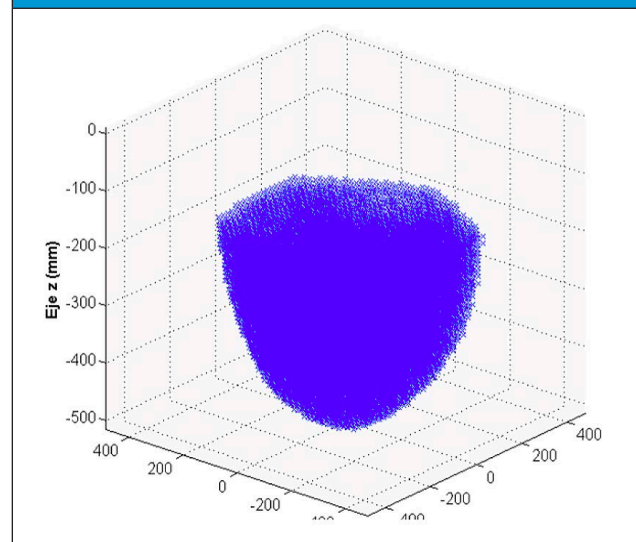
modo pues que éste sería el mayor espacio de trabajo posible. No obstante dada la presencia de restricciones geométricas del manipulador delta que limitan el espacio de trabajo, además de las juntas, es preciso definir los límites laterales como de altura de la nube de puntos con la que se evalúa el espacio de trabajo, con las dimensiones óptimas determinadas los rangos de la nube de puntos se encuentran en la TABLA II; cabe resaltar que para la restricción de altura superior se determinó mediante la iteración del mayor punto para el cual existía una solución para la cinemática inversa considerando un ángulo máximo  $\theta_2 = 56^\circ$ , el cual se obtiene por la restricción de subida máxima de los brazos principales.

**TABLA II. RANGOS DIMENSIONALES PARA LA NUBE DE PUNTOS**

Restricciones	Máximo	Mínimo
Alcance lateral	$l_1 + l_2 + r - R = 472 \text{ mm}$	$l_1 = 352 \text{ mm}$
Altura	$\sqrt{(l_1 + l_2)^2 - (R + r)^2} \cong 500 \text{ mm}$	170

En el plano x, y se observa una figura semejante a un hexágono regular, y en el caso de los planos x, z y y, z se tiene una protrusión de dicho hexágono similar a un paraboloides. Es destacable que mediante el algoritmo de cálculo de espacio de trabajo, se obtuvieron los puntos límite para caja eje de movimiento, los cuales se presentan en la TABLA III.

**Fig. 9. Espacio de trabajo del robot delta sin restricciones**





**TABLA III. RANGO DE MOVIMIENTO DEL ROBOT DELTA POR CADA EJE**

<i>Eje coordinado</i>	<i>Máximo (mm)</i>	<i>Mínimo (mm)</i>
Eje x	-392	368
Eje y	-332	348
Eje z	180	522

## V. CONCLUSIONES

Para el correcto cálculo del espacio de trabajo del robot no sólo se requirió la verificación cinemática de la nube de puntos propuesta, fue también necesaria la confirmación mediante el modelo CAD del robot, puesto que de esa manera se determinaron posiciones para las que se presentaban colisiones entre los elementos estructurales del robot, principalmente entre acoples y brazos pasivos. También, como medida preventiva fue necesaria la adición de rangos de seguridad para evitar colisiones entre las componentes del manipulador, dadas las velocidades relativamente elevadas que puede desarrollar. Esta circunstancia conjunto a una reducción moderada del espacio de trabajo del robot.

El proceso de diseño es altamente iterativo, esto se evidenció en el diseño de la mayoría de los componentes estructurales del robot, los cuales tuvieron que ser modificados en múltiples ocasiones, aduciendo principalmente a causas de manufactura y facilidad de consecución. En esta medida se establece que a pesar de que se realizó un diseño con modelos de validación por simulación, el potencial proceso de construcción del manipulador permitiría incluir modificaciones para un modelo más refinado.

A pesar de que se desarrolló un modelo de simulación del robot, el cual es posible de conectar a

entornos de controladores virtuales, no fue posible realizar la simulación integral del robot con todo el sistema de control, debido a las limitaciones existentes en el software de Rockwell Automation.

## REFERENCIAS

- [1] J. MERLET, *Parallel Robots*, vol. 2, Springer, 2006
- [2] M. BREÑA ORTEGA, «Diseño mecánico de un robot paralelo tipo delta de tres grados de libertad,» UNAM, México D.F., 2005.
- [3] J. D. RUEDA FLOREZ, «Metodología para el diseño de un robot paralelo industrial tipo delta,» Universidad Pontificia Bolivariana, Bucaramanga, 2008.
- [4] L. A. SILVA, *Control Visual de Robots Paralelos*, Madrid: Universidad Politécnica de Madrid, 2005.
- [5] L. BONEV, *Delta Parallel Robot - The story of success*, The Parallel Mechanism Information Center, 2001
- [6] S. KHANDANI, *Engineering Design Process*, California: Solecton, 2005.
- [7] POPPEOVÁ, V ., URICECK J., BULEJ, V ., SINDLER, P ., «Delta Robots - Robots for high speed manipulation,» *Technical Gazette* 18, pp. 435-445, 2011.
- [8] RIAZA, M. J., LOPEZ, M. J., SARAIVIA, D. B., «Revisión del estado del arte de manipuladores paralelos,» *Scientia et Technica* No. 42, pp. 81-86, 2009.
- [9] PEÑA CORTES, C. A., OVIEDO, E. M., CÁRDENAS HERRERA, P. F., «Optimización dimensional de un robot paralelo tipo delta basado en el menor consumo de energía,» *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, pp. 73-88, 2011.
- [10] PEÑA, C., MARTÉNEZ, E., YIME, E., «Diseño óptimo de un robot paralelo con configuración delta para aplicaciones educativas,» *Educación en Ingeniería*, pp. 110-119, 2010.
- [11] L. W. TSAI, *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*, Wiley-Interscience, 1999.
- [12] SPONG, Mark W.; VIDYASAGAR, M.; *Robot Dynamics and Control*, Wiley, 2004.