

Control y estabilización de altura de un Quadrotor por Modos Deslizantes

DANIEL RICARDO AVENDAÑO FLÓREZ ⁽¹⁾, MANUEL ALEJANDRO MOLINA VILLA ⁽²⁾,
CAMILO ANDRÉS PULIDO ROJAS ⁽³⁾, NELSON FERNANDO VELASCO TOLEDO ⁽⁴⁾

(1) daniellpu9@outlook.com

(2) u1801496@unimilitar.edu.co

(3) u3900172@unimilitar.edu.co

(4) Nelson.velasco@unimilitar.edu.co

Grupo GIDAM
Facultad de Ingeniería
Universidad Militar Nueva Granada
Bogotá, Colombia

Control y estabilización de altura de un Quadrotor por Modos Deslizantes

RESUMEN

Palabras clave:

Modos Deslizantes; control robusto; control no lineal; Quadrotor

Este proyecto es parte del diseño de un sistema de control para la estabilización de un quadrotor. Debido a su comportamiento no lineal, se ha planteado una estrategia de control con la técnica de Modos Deslizantes para la corrección y estabilización de la altura (Z) de la plataforma. Para alcanzar este objetivo, se realizaron simulaciones de la dinámica del quadrotor, y del controlador planteado, en MatLab y Simulink.

I. INTRODUCCION

Un quadrotor es un helicóptero construido con un frame en forma de cruz. Tiene cuatro rotores. Dos de ellos rotan en sentido de las manecillas del reloj, y los otros dos, en sentido opuesto. Estos rotores están puestos simétricamente en el frame. Básicamente, los cuatro rotores le dan al quadrotor todos los efectos aerodinámicos. Estos efectos, como el Blade Flapping, Drag inducido, y giroscópicos, hacen que el quadrotor sea una planta no lineal [1].

Un par de rotores tienen que girar en sentido de las manecillas del reloj, y el otro par, en sentido contrario, para mantener la sumatoria de torques del sistema en equilibrio. Este equilibrio de torque es manipulado para mover el quadrotor en la dirección roll, pitch, yaw, y sobre los ejes y y x . Para moverlo hacia arriba, la sumatoria de fuerzas producida por los cuatro rotores tiene que ser mayor al peso de la aeronave. Todo este funcionamiento es explicado en la figura 1 [2].

En los últimos años, la técnica de control más usada para estabilizar un quadrotor ha sido el PID [3] [4] [5], como también por espacio de estados, linealizando la planta [6]. Otras técnicas como LQR también han sido utilizadas para controlar cualquier Grado de Libertad (DOF, por sus siglas en inglés), de la aeronave [7]. Este es un problema si el objetivo es tener un buen desempeño a pesar de perturbaciones externas o efectos aerodinámicos, los cuales pertenecen al comportamiento del quadrotor; ya que esas técnicas se hacen para controlar una planta en una zona lineal [8]. Este tipo de helicóptero ofrece una mejor carga útil.

Por otro lado, el consumo de energía es alto, ya que puede tener sensores, unidades de motor, cámaras, PC embebido, etc. Cabe resaltar que los rotores son los mayores consumidores de energía de todo el sistema.

En el presente trabajo se muestra el modelamiento matemático de un UAV de tipo quadrotor y el desarrollo de un controlador por modos deslizantes, para la estabilización de la altitud. El controlador es probado con condiciones iniciales diferentes, referencias deseadas y perturbaciones de velocidad, simulando el viento, para probar su robustez.

Fig. 1. Dinámica del Quadrotor, (A) representa el movimiento para subir y estabilización en Z (Hovering); (B) y (C) diferencia en aceleración para manipular el ángulo Roll ϕ y Pitch θ ; (D) diferencia en torque para manipular el ángulo Yaw ψ .

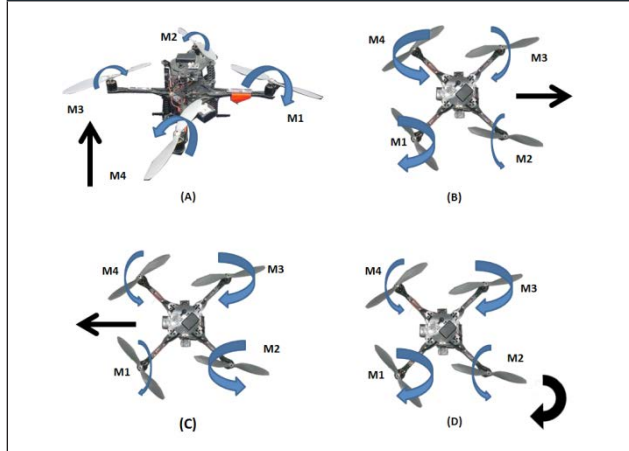
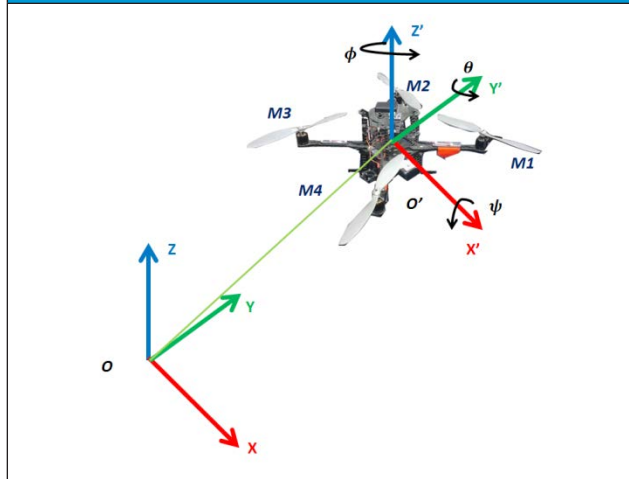


Fig. 2. Eje coordenado Fijo O y eje coordenado del quadrotor O'



Este artículo está organizado de la siguiente manera: La Sección II, describe la dinámica del quadrotor, y su modelo matemático. En la sección III, describe el proceso de diseño del controlador utilizado. La sección IV muestra los resultados obtenidos en simulación. Finalmente, las conclusiones y futuros trabajos se muestran en la sección V.

II. DINAMICA DEL QUADROTOR

Analizar el comportamiento natural del quadrotor, resulta de gran importancia, pues se logra conocer cómo funciona este vehículo, y luego, controlar las variables deseadas de movimiento. Para ello, hay que encontrar su modelo matemático, como sigue a continuación.

A. Matriz de rotación

Como se muestra en la figura 2, el quadrotor tiene su propio sistema de referencia ubicado en su centro de masa O' . Los sensores están sobre el frame del quadrotor. Debido a esto, todas las variables que son tomadas están medidas con respecto a este frame; ésta es la razón por la que una matriz de rotación debe ser utilizada, desde el sistema coordenado fijo O al sistema coordenado del quadrotor O' . La matriz de rotación es la conexión entre el vector unitario \bar{O} y el vector unitario \bar{O}' . Es decir,

$$\begin{bmatrix} i \\ j \\ k \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i' \\ j' \\ k' \end{bmatrix} \quad (1)$$

Para encontrar R , son necesarios los ángulos de Euler. Esto se realiza mediante tres rotaciones que son hechas desde O . La matriz de rotación total está representada por la ecuación. En este trabajo los ángulos de Euler usados son XYZ .

$$R = R_x * R_y * R_z \quad (2)$$

Cada una de estas matrices está representadas por

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & \sin\phi & -\cos\phi \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Entonces,

$$R = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

Donde $c\theta$ es el coseno de θ y $s\phi$ es el seno de ϕ

B. Modelo matemático

Las ecuaciones cinemáticas son obtenidas por medio de la aproximación Euler-Lagrange. En este caso, las hélices de los rotores son asumidas como cuerpos rígidos. Es decir, no ocurre blade flapping. Hay dos tipos de variables: traslacionales ξ , y rotacionales η . Primero, un vector de variables deseadas q es usada

$$q = [\xi \ \eta]^T \quad (7)$$

Donde,

$$\xi = [x \ y \ z] \quad \eta = [\phi \ \theta \ \psi] \quad (8)$$

Por lo tanto,

$$q = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi]^T \quad (9)$$

Ahora, el langrangiano será obtenido. Esto es, la energía cinética del sistema, denotada como T , y la energía potencial, denotada U . La energía cinemática tiene en cuenta el movimiento de los 6 DOF del quadrotor y la energía potencial tiene en cuenta la altura del vehículo. Entonces, el Langrangiano es expresado como:

$$L = T - U \quad (10)$$

La energía cinética es la suma de los movimientos rotacional y traslacional, esto es,

$$T = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2 + \frac{1}{2} m \dot{\eta}^2 \quad (11)$$

Como se expuso anteriormente, la energía potencial solo depende de la altura del quadrotor, por ende,

$$U = mgz \quad (12)$$

Entonces, el langrangiano del Sistema será,

$$L = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\eta}^2 + mgz \quad (13)$$

Esta expresión es igual a:

$$L = \frac{1}{2} m (\dot{x} + \dot{y} + \dot{z})^2 + I (\dot{\phi} + \dot{\theta} + \dot{\psi})^2 + mgz \quad (14)$$

Ahora, la ecuación de Euler-Lagrange es utilizada para obtener el modelo matemático del quadrotor. La ecuación es la siguiente:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = F \quad (15)$$

Donde F es la entrada del sistema, que en este caso es la fuerza que entregan los motores. Al igual que las variables del sistema, las fuerzas se pueden dividir en dos componentes: la componente traslacional F_{ξ} , y su componente rotacional τ .

Estas están representadas por,

$$F_{\xi} = [F_x \ F_y \ F_z] \quad (16)$$

$$\tau = [\tau_{\phi} \ \tau_{\theta} \ \tau_{\psi}] \quad (17)$$

Es decir, el vector es,

$$F = [F_{\xi} \ \tau]^T \quad (18)$$

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$ y $\frac{\partial L}{\partial q}$ se presentan en forma matricial, y son iguales a

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} \\ I_{xx}\ddot{\phi} + \dot{\phi} \times I_{xx}\dot{\phi} \\ I_{yy}\ddot{\theta} + \dot{\theta} \times I_{yy}\dot{\theta} \\ I_{zz}\ddot{\psi} + \dot{\psi} \times I_{zz}\dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial q} = [0 \ 0 \ -mg \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (20)$$

Ahora bien, la fuerza producida por los rotores del quadrotor solo se da en dirección del eje Z, es decir,

$$F_{Rotor} = [0 \ 0 \ f]^T \quad (21)$$

Donde, f es la fuerza total generada por los rotores. Esto es lo mismo que,

$$f = \sum_{i=1}^4 f_i \quad (22)$$

Donde i corresponde al número de cada motor.

Sin embargo, el eje Z del frame no está siempre alineado, es necesario realizar esta transformación con la matriz de rotación, para que correspondan los datos de los sensores con los datos obtenidos desde el sistema coordinado global. Por lo tanto,

$$F_{\xi} = RF_{Rotor} \quad (23)$$

Esto corresponde a,

$$F_{\xi} = \begin{bmatrix} -f \sin \theta \\ f \sin \phi \cos \theta \\ f \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (24)$$

Por otro lado, el movimiento rotacional en Roll y en Pitch está dado por el momento efectuado por los rotores sobre el centro de gravedad. Ese torque

está dado por la fuerza generada por los motores y la distancia desde el centro de los rotores al centro de masa del quadrotor. Es decir,

$$\begin{aligned} \tau_{\phi} &= -lF_{M1} + lF_{M2} + lF_{M3} - lF_{M4} \\ \tau_{\theta} &= -lF_{M1} - lF_{M2} + lF_{M3} + lF_{M4} \end{aligned} \quad (25)$$

Donde $l = d * \cos 45$.

Para girar sobre el eje Z, es decir, en Yaw, la sumatoria del momento de arrastre de los motores se encarga de realizar este movimiento. Eso es,

$$\tau_{\psi} = \sum_{i=1}^4 \tau_{Mi} \quad (26)$$

Con todas las entradas de fuerza y torque definidas, la expresión del vector de entrada F es,

$$F = \begin{bmatrix} -f \sin \theta \\ f \sin \phi \cos \theta \\ f \cos \phi \cos \theta \\ -lF_{M1} + lF_{M2} + lF_{M3} - lF_{M4} \\ -lF_{M1} - lF_{M2} + lF_{M3} + lF_{M4} \\ \sum_{i=1}^4 \tau_{Mi} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Dado el vector F , la ecuación de Euler-Lagrange, uniendo las ecuaciones (19) y (20), el modelo matemático del quadrotor es,

$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} \\ I_{xx}\ddot{\phi} + \dot{\phi} \times I_{xx}\dot{\phi} \\ I_{yy}\ddot{\theta} + \dot{\theta} \times I_{yy}\dot{\theta} \\ I_{zz}\ddot{\psi} + \dot{\psi} \times I_{zz}\dot{\psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \dots \quad (28)$$

$$\dots \begin{bmatrix} -f \sin \theta \\ f \sin \phi \cos \theta \\ f \cos \phi \cos \theta \\ -lF_{M1} + lF_{M2} + lF_{M3} - lF_{M4} \\ -lF_{M1} - lF_{M2} + lF_{M3} + lF_{M4} \\ \sum_{i=1}^4 \tau_{Mi} \end{bmatrix}$$

Desarrollando el producto cruz $\dot{\phi} \times I_{xx} \dot{\phi}$, $\dot{\theta} \times I_{yy} \dot{\theta}$ y $\dot{\psi} \times I_{zz} \dot{\psi}$, los cuales pertenecen al efecto giroscópico que se presenta en el quadrotor, el modelo matemático resulta,

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{f}{m} \sin \theta \\ \frac{f}{m} \cos \theta \\ \frac{f}{m} \cos \phi \cos \theta - g \\ \frac{1}{I_{xx}} (-I_{F_{M1}} + I_{F_{M2}} + I_{F_{M3}} - I_{F_{M4}} - (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\theta} \dot{\psi}) \\ \frac{1}{I_{yy}} (-I_{F_{M1}} - I_{F_{M2}} + I_{F_{M3}} + I_{F_{M4}} - (I_{xx} - I_{zz}) \dot{\phi} \dot{\psi}) \\ \frac{1}{I_{zz}} (\sum_{i=1}^4 \tau_{Mi} - I_{zz} \ddot{\psi} - (I_{yy} - I_{xx}) \dot{\theta} \dot{\psi}) \end{bmatrix} \quad (29)$$

De este modelo no lineal, se toma la ecuación respectiva para controlar la altura del quadrotor,

$$\ddot{z} = \frac{f}{m} \cos \phi \cos \theta - g \quad (30)$$

Para realizar el control de altura se restringen ciertos grados de libertad, dichas restricciones son:

$$\begin{aligned} \phi \approx \theta \approx \psi &\approx 0 \\ x \approx y &\approx 0 \end{aligned} \quad (31)$$

De esta forma, se asume que el quadrotor se encuentra estable. Entonces, la ecuación que describe la altura del quadrotor es,

$$\ddot{z} = \frac{f}{m} - g \quad (32)$$

III. DISEÑO DE CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES

De acuerdo a la ecuación (32), la entrada del sistema es la fuerza que los motores proporcionan al quadrotor. Con base en esto, la entrada es remplazada por la señal de control. Entonces,

$$\ddot{z} = \frac{u1}{m} - g \quad (33)$$

Para diseñar el controlador por modos deslizantes, se deben seguir los siguientes pasos. Primero, expresar la planta de la siguiente forma:

$$\dot{x} = f(x, t) + B(x, t) u \quad (34)$$

En este caso, la planta (Ecuación 32) ya se encuentra expresada así. El siguiente paso, consiste en establecer una superficie deslizante para dirigir el estado de interés, z , hacia una referencia o trayectoria deseada. Teniendo en cuenta que la planta es de segundo orden, se plantea la superficie incluyendo un término integral para asegurar el valor en estado estacionario:

$$\sigma_z = \dot{z} + K_{z1}(z - z_d) + K_{z0} \int (z - z_d) \quad (35)$$

Se deriva la superficie deslizante, eliminando la ecuación integro diferencial, obteniendo lo siguiente:

$$\dot{\sigma}_z = \ddot{z} + K_{z1} \dot{z} + K_{z0}(z - z_d) \quad (36)$$

La anterior expresión debe ser igual a cero para garantizar que se cumplan las condiciones necesarias que debe tener una superficie deslizante (estabilidad de Lyapunov). Por lo tanto al igualar dicha expresión a cero, reemplazando la segunda derivada de z por la planta y despejando la entrada, se obtiene el controlador equivalente dado por la siguiente ecuación:

$$u_{eq} = m[g - K_{z1} \dot{z} - K_{z0}(z - z_d)] \quad (37)$$

El anterior control será el encargado de actuar cuando la variable de estado se encuentra sobre o en la vecindad de la superficie deslizante. Vale la pena resaltar, que en la ecuación del controlador se tiene en cuenta la dinámica de la planta; este factor es de gran importancia ya que el controlador se actualiza conforme los comportamientos no lineales de la planta o perturbaciones, como lo es la gravedad en este caso.

Cuando la variable de estado se encuentra alejada de la superficie, debe actuar un control atractivo que la lleve rápidamente hacia la superficie deslizante. Este control se determina de la siguiente forma:

$$U_N = -\frac{1}{B(x, t)} L \text{sign}(\sigma_z) \quad (38)$$

Donde L corresponde a la saturación del actuador, es decir, el valor máximo de fuerza que puede brindar el conjunto motor-propulsor, por tanto, resulta de vital importancia conocer dicho valor para que el controlador responda de forma adecuada.

El control atractivo resulta,

$$U_N = -m * L * \text{sign}(\sigma_z) \quad (39)$$

El controlador completo por modos deslizantes para la altitud corresponde al mostrado a continuación,

$$u = m[g - K_{z1} \dot{z} - K_{z0}(z - z_d) - L * \text{sign}(\sigma_z)] \quad (40)$$

Las constantes se hallan de acuerdo a los criterios de diseño que se deseen obtener como respuesta del sistema. Para este caso se decide trabajar con un factor de amortiguamiento $\zeta = 0.7$ y un tiempo de establecimiento $t_s = 10s$. Esto corresponde a una frecuencia natural $\omega_n = 5.7143$. Con los anteriores valores se establece el polinomio deseado del control, el cual debe ser del mismo orden que la derivada de la superficie deslizante obteniendo así la siguiente igualdad:

$$\ddot{z} + K_{z1} \dot{z} + K_{z0}(z - z_d) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \quad (41)$$

Por lo tanto se obtienen las constantes del controlador:

$$K_{z1} = 8; K_{z0} = 32.6531 \quad (42)$$

IV. RESULTADOS

Se iniciaron las pruebas en la simulación con una referencia de 8 m de altura. La planta, respondió como se muestra en la figura 3. Se puede observar que en 10s cumple los criterios establecidos para la respuesta.

Así mismo, el control sigue la referencia de manera adecuada y en el tiempo de establecimiento dado como criterio de diseño.

Fig. 3. Respuesta de Posición. Eje Y: Altura (m), Eje X: Tiempo (s)

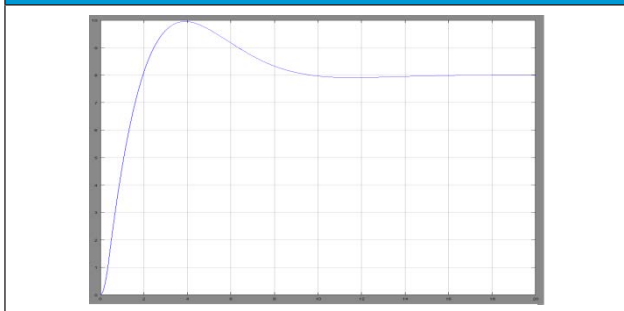
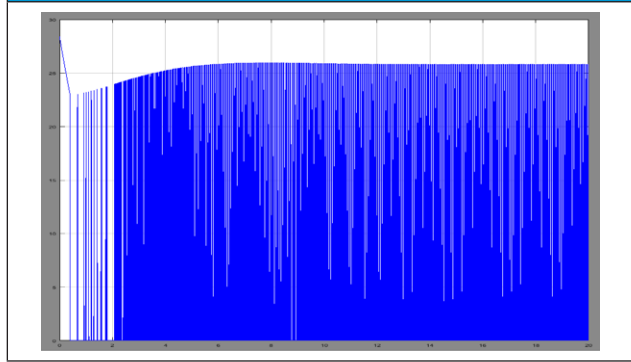


Fig. 4. Señal de Control de Altitud



En la figura 4, se muestran la señal de control de altitud, donde se puede observar la acción del control atractivo cuando se encuentra muy lejos de la referencia y la acción del control equivalente en forma de rizado cuando la variable se encuentra en la vecindad de la referencia.

La acción del control atractivo tiene un problema: actúa a una alta frecuencia. Este efecto es conocido como chattering, el cual, puede ser un problema para los actuadores, poniendo en peligro su vida útil. Una de las técnicas para poder solucionar el problema, es suavizar la función Sign que se utiliza en el controlador. Esto se hace, cambiando dicha función por un saturador, como muestra la figura 5.

Se adicionó una referencia variable tipo señal escalón. Los valores de dicha referencia se encuentran en la tabla 1.

Fig. 5. Cambio de función Sign a Saturador

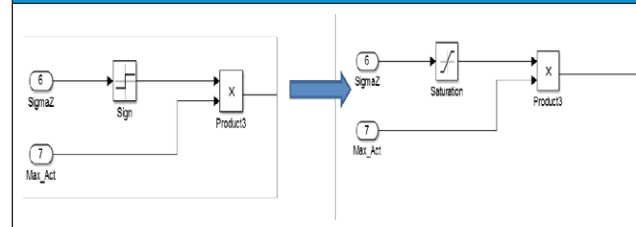


TABLA 1. TABLA DE VALORES REF. VARIABLE

TIEMPO INICIAL (s)	CONDICION INICIAL (m)	VALOR DE REFERENCIA (m)
0	0	8
20	8	5
40	5	7

Fig. 6. Señal de control sin Chattering

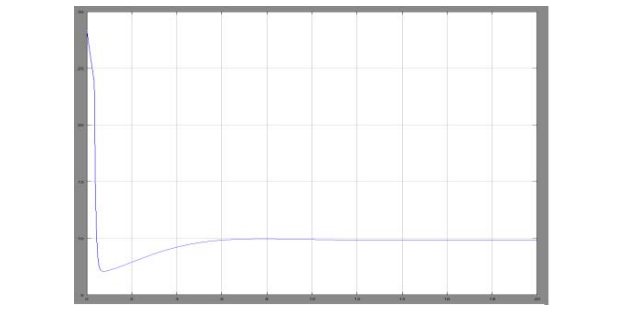


Fig. 7. Respuesta de Posición ante el cambio de referencia

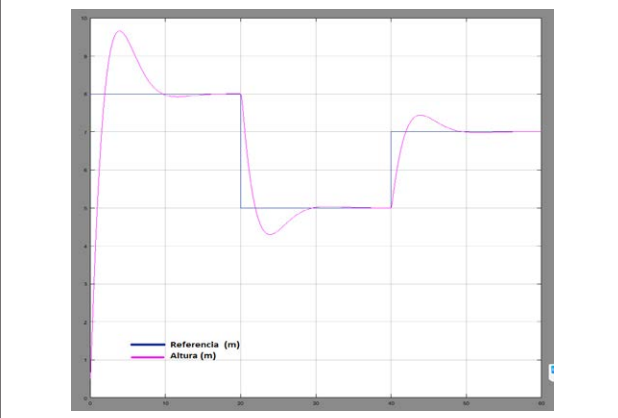
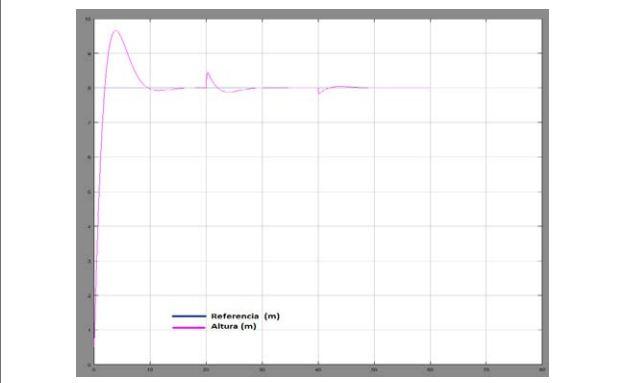


Fig. 8. Respuesta de Posición con perturbación.



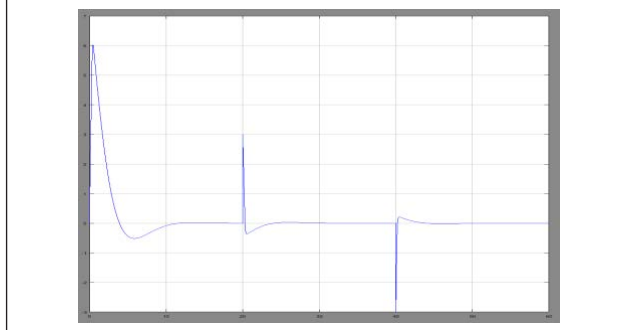
Al cambiar el saturador por la función Sign, la señal de control ya no tiene chattering. La señal, que se muestra en la figura 6, es una señal suave para los actuadores. Vale la pena resaltar, que dicha señal no pasa de cero.

En la figura 7, el quadrotor alcanza la referencia deseada dentro del tiempo establecido por los parámetros del controlador

La siguiente prueba, fue añadir una perturbación en la velocidad del dispositivo. Esta perturba-

ción simulará una columna de viento en la dirección Z de 3 m/s constante, que inicia en 20s y termina en 40s. El resultado de dicha prueba se puede observar en la figura 8. En la figura 9, se muestra la velocidad del quadrotor, con la perturbación de viento en el eje Z. En $t=20s$ se ve un pico instantáneo de magnitud 3, que representa el inicio del viento. En este valor de tiempo, se ven un aumento en la altura del quadrotor debido a la ráfaga repentina de viento. El controlador reacciona a dicha perturbación, llevando al dispositivo a la referencia deseada.

Fig. 9. Respuesta de Velocidad con perturbación.



V. CONCLUSIONES

En este trabajo se realizó un controlador de altura para un quadrotor, teniendo en cuenta perturbaciones propias del sistema y efectos no lineales, por medio de la técnica de Modos Deslizantes. Esta técnica nos permite calcular las constantes del controlador planteando una superficie deslizante, teniendo en cuenta los criterios de respuestas necesarios en la aplicación. Por otra parte, el uso del controlador atractivo brinda la robustez necesaria para asegurar el comportamiento estable y deseado frente a perturbaciones, mientras que, el control equivalente, al utilizar los términos no lineales del modelo, disminuye el error que habría si se linealiza la planta.

Para controlar totalmente el quadrotor, hay que diseñar controladores para los demás DOF de la aeronave. Además, es necesario discretizar el controlador, para utilizarlo en un microcontrolador, que seguramente llevará el quadrotor como unidad central de procesamiento.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo está apoyado por el proyecto ING-1771 denominado "Aproximación a la localización y mapeo desde plataformas aéreas- Fase II", financiado por el vicerrectoría de investigación de la Universidad Militar Nueva Granada en Bogotá, Colombia.

REFERENCIAS

- [1] R. Mahony, V. Kumar y P. Corke, "Multirotor Aerial Vehicles: Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor" IEE Robotics & Automation Magazine, vol. 19, pp. 20–32, Septiembre 2012.
- [2] S. Bouaballah, P. Murrieri y R. Siegwart, "Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor" International Conference on Robotics & Automation, pp. 4393-4398, Abril 2013.
- [3] K. Runcharoon y V. Srichatrapimuk, "Sliding Mode Control of Quadrotor" International Journal of Advanced Robotic Systems - InTech, vol. 8, pp. 139–149, Agosto 2011.
- [4] B. Erginer y E. Altug, "Modeling and PD control of a Quadrotor VTOL vehicle" Intelligent Vehicles Symposium, 2007.
- [5] Y. Naidoo, R. Stopforth y G. Bright, "Quad-Rotor Unmanned Aerial Vehicles Helicopter Modelling & Control" International Journal of Advanced Robotic Systems - InTech, vol. 8, pp. 139–149, Agosto 2011.
- [6] K. Karwowski, "Quadcopter Control Design and Flight Operation," Internship Report, EV41, MIT, Cambridge, MA, 2011.
- [7] S. Bouaballah, A. Noth y R. Siegwart, "PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor" Intelligent Robots and Systems, I 2004.
- [8] C. Balas, "Modelling and Linear Control of a Quadrotor" MSc Thesis, EV41, School of Eng., Cranfield Univ., Cranfield, BE, 2007.