



Revista EIA
ISSN 1794-1237
e-ISSN 2463-0950
Año XIX/ Volumen 19/ Edición N.38
Junio-Diciembre de 2022
Reia3818 pp. 1-14

Publicación científica semestral
Universidad EIA, Envigado, Colombia

**PARA CITAR ESTE ARTÍCULO /
TO REFERENCE THIS ARTICLE /**

Hernández Barajas, F.; Ocampo Naranjo, Y. Y. (2022).
Modelos GAMLSS como una alternativa para mejorar el proceso de recubrimiento de instrumentos quirúrgicos con cromoduro. Revista EIA, 19(38), Reia3818. pp. 1-14 <https://doi.org/10.24050/reia.v19i38.1536>

✉ *Autor de correspondencia:*

Hernández Barajas, F. (Freddy):
Doctorado en Estadística. Universidad Nacional de Colombia sede Medellín
Correo electrónico:
fhernanb@unal.edu.co

Recibido: 03-06-2021
Aceptado: 18-01-2022
Disponible online: 01-06-2022

Modelos GAMLSS como una alternativa para mejorar el proceso de recubrimiento de instrumentos quirúrgicos con cromoduro.

✉ **FREDDY HERNÁNDEZ BARAJAS¹**
YEISON YOVANY OCAMPO NARANJO²

1. Universidad Nacional de Colombia sede Medellín
2. Grupo Éxito

Resumen

Los instrumentos quirúrgicos son usados en intervenciones quirúrgicas y deben ser resistentes a la corrosión y al desgaste para evitar una posible contaminación. Para mejorar las propiedades mecánicas de los instrumentos quirúrgicos se puede hacer una modificación superficial recubriendo estos instrumentos con algún material. En el proceso de recubrimiento intervienen varios factores que pueden afectar las características de interés y tradicionalmente se ha usado el modelo de regresión lineal clásico para explorar esas relaciones. Las variables de interés son variables aleatorias y no siempre siguen la distribución normal que es la distribución estadística asumida en el modelo de regresión lineal clásico. Usar un modelo de regresión apropiado para estudiar los procesos de recubrimiento de instrumentos quirúrgicos es importante. En este artículo se utilizan datos experimentales obtenidos de un experimento en el cual se hizo un recubrimiento con cromoduro a portaagujas quirúrgicos de acero inoxidable. Los datos experimentales se analizaron utilizando modelos lineales generalizados para estudiar el efecto del tiempo de exposición, la densidad de corriente y la temperatura sobre el espesor promedio del recubrimiento de los portaagujas. El modelo estadístico final identificó que la distribución gamma es la distribución más apropiada para modelar la variable respuesta, adicionalmente, el modelo reveló que las variables significativas fueron el tiempo y la densidad. Usando este modelo se pudieron construir expresiones matemáticas para estimar la media y la varianza del espesor promedio. El modelo reportado en este trabajo puede ayudar a otros investigadores a utilizar modelos estadísticos apropiados para explorar los efectos de condiciones productivas sobre diversas características de interés. Adicionalmente, los modelos construidos sirven para explorar otros procedimientos para recubrir instrumentos y así disminuir los riesgos en intervenciones quirúrgicas.

Palabras clave: Modelo de regresión, Modelo lineal, GAMLSS, Distribución gamma, Recubrimiento con cromoduro, Portaagujas quirúrgico, Ingeniería de materiales, Corrosión, Superficie de respuesta, Acero inoxidable.

GAMLSS models as an alternative to improve the coating process of surgical instruments with hard chromium.

Abstract

Surgical instruments are used in surgical procedures and must be resistant to corrosion and wear to avoid contamination. To improve the mechanical properties of surgical instruments, a surface modification can be made by coating these instruments with some material. Several factors intervene in the coating process that can affect interest characteristics, and the classical linear regression model has traditionally been used to explore these relationships. The variables of interest are random variables and do not always follow the normal distribution, which is the statistical distribution assumed in the classical linear regression model. Therefore, using an appropriate regression model to study surgical instrument coating processes is essential. This article uses experimental data obtained from an experiment in which stainless steel surgical needle holders were coated with hard chromium. The experimental data were analyzed using generalized linear models to study the effect of exposure time, current density, and temperature on the average thickness of the coating of the needle holders. The final statistical model identified that the gamma distribution is the most appropriate distribution to model the response variable. Additionally, the model revealed that the significant variables were time and density. Using this model, we obtained mathematical expressions to estimate the mean and variance of the average thickness. The model reported in this work can help other researchers to use appropriate statistical models to explore the effects of productive conditions on various characteristics of interest. Additionally, the constructed models serve to explore other procedures to cover instruments and thus reduce the risks in surgical interventions.

Key Words: Regression model, Linear model, GAMLSS, Gamma distribution, Hard chromium coating, Surgical needle holder, Materials engineering, Corrosion, Response surface, Stainless steel.

1. Introducción

Algunos de los servicios hospitalarios tienen altos costos debido a que los insumos deben ser importados, especialmente el material quirúrgico que genera un sobre costo debido a sus características especiales. La investigación en nuevos materiales y procesos para la elaboración de instrumentos quirúrgicos es importante en el sector salud para asegurar insumos de una alta calidad. Uno de los instrumentos quirúrgicos más costosos son los portaagujas quirúrgicos que son utilizados para suturar, afrontar o restablecer la continuidad de los tejidos (Sánchez-Sarrí et al., 2014). Este instrumento sufre un gran desgaste a medida que es utilizado y por lo tanto se hace necesario el uso de un recubrimiento para brindarle un mayor espesor y buenas condiciones de brillo. Un área de investigación en ciencia de los materiales e instrumentación quirúrgica es el estudio de los factores que influyen en el espesor del recubrimiento al instrumental quirúrgico. A continuación se presentan algunos de los estudios realizados sobre recubrimientos y las herramientas estadísticas utilizadas.

Nascimento et al. (2001) exploraron los efectos de la galvanoplastia con cromoduro convencional y el recubrimiento por pulverización térmica de carburo de tungsteno sobre el acero. Usando un diseño experimental, encontraron mejores resultados con el recubrimiento de tungsteno. Gorokhovskiy et al. (2006) estudiaron el efecto del proceso (LAFAD) para depositar varios recubrimientos de cermet multicapa en raspadores dentales hechos de acero inoxidable martensítico. Los autores consideraron dos situaciones experimentales, práctica clínica y laboratorio. Como herramienta estadística utilizaron regresión lineal simple para estudiar la relación entre la superficie de desgaste y el número de golpes que recibió el raspador. Como resultado encontraron que los instrumentos recubiertos mantienen su acabado de alta calidad durante períodos de entre 3 y 6 meses y que pueden mantener su utilidad clínica hasta 11 meses. Bayramoglu et al. (2008) realizaron un experimento para estudiar el efecto de varios factores sobre las características grosor y brillo de las capas en un proceso de cubrimiento con cromo a piezas de latón MS58; los autores usaron la metodología de superficie de respuesta para identificar las condiciones óptimas del proceso. Lasheras et al. (2010) usaron redes neuronales para predecir el espesor de la capa en un proceso de recubrimiento con cromoduro a piezas metálicas en función de siete condiciones del proceso. Los autores utilizaron la teoría del diseño de experimentos para encontrar la estructura apropiada de la red para predecir la variable de interés.

El objetivo de este artículo es crear un modelo de regresión para estudiar el efecto que tienen el tiempo de exposición, la densidad de corriente y la temperatura sobre el espesor promedio del recubrimiento con cromoduro a portaagujas quirúrgicos de acero inoxidable. Adicionalmente, se buscan obtener expresiones matemáticas para predecir el espesor promedio y la varianza del espesor en función de las condiciones del proceso de recubrimiento.

El modelo estadístico utilizado en este artículo fue *Generalized Additive Model for Location Scale and Shape* (GAMLSS) propuesto por Rigby y Stasinopoulos (2005). Este tipo de modelo ha sido utilizado en diversas aplicaciones y se ha reportado como un modelo flexible para explicar múltiples fenómenos, a continuación se mencionan seis de las muchas aplicaciones disponibles en la literatura. Zhang et al. (2015) utilizaron GAMLSS para modelar la precipitación máxima diaria anual en la región de Beijing-Tianjin-Hebei de China; Sá y Turkman (2018) exploraron las relaciones entre incendios y medio ambiente mediante el modelado de la incidencia de incendios frente a la vegetación, las precipitaciones y los impulsores antropógenos. Flatley et al. (2019) usaron GAMLSS para crear rangos de referencia para el índice de pulsatilidad de la arteria cerebral media fetal, el índice de pulsatilidad de la arteria umbilical y la relación cerebro-placentaria en una cohorte de bajo riesgo. Smith et al. (2019) usaron GAMLSS para modelar la distribución y abundancia de organismos en vida silvestre móvil usando covariables ambientales. Timmerman et al. (2020) aplicaron GAMLSS para normalizar pruebas psicológicas, propusieron cuatro pasos para realizar la normalización y los aplicaron a pruebas de inteligencia (IDS-2). Ramires et al. (2021) usaron modelos GAMLSS para analizar datos recolectados en tres situaciones: vida útil de un aislamiento eléctrico de epoxi sólido, tiempo de falla para vehículos con un nuevo aislamiento y longevidad de pacientes en espera de un trasplante de corazón.

El presente artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2.1 y 2.2 se hace una explicación de los modelos de regresión para estudiar la influencia de ciertas variables sobre una variable de interés. En la sección 2.3 se hace una descripción del experimento realizado para la obtención de los datos. La sección 2.4 trata sobre la elección de las distribuciones de probabilidad que mejor explican la variable de interés en el experimento. En la sección 3 se muestran los resultados de los modelos ajustados. Por último, en la sección 4 se presentan las conclusiones del trabajo.

2. Materiales y métodos

Los modelos de regresión son una de las herramientas más populares y útiles de la estadística, su atractivo radica en que permiten construir una ecuación para expresar la relación entre una variable de interés y un conjunto de variables explicativas (Montgomery et al., 2006). Existen varios tipos de modelos de regresión pero en este artículo nos vamos a centrar en dos de ellos, el modelo de regresión lineal clásico y los modelos *Generalized Additive Model for Location Scale and Shape* (GAMLSS).

2.1 Modelo de regresión lineal clásico

Este modelo tiene sus orígenes a principios del siglo XIX cuando Legendre (1805) publicó el método de mínimos cuadrados y cuando Gauss (1809) aplicó el método al problema de determinar las órbitas de cuerpos alrededor del sol a partir de observaciones de los planetas. Años más tarde Gauss publicó un desarrollo adicional de la teoría de los mínimos cuadrados en 1821, incluyendo una versión del teorema de Gauss-Markov.

En el modelo de regresión lineal clásico se desea relacionar una variable respuesta Y con un grupo de p variables explicativas X_1, X_2, \dots, X_p . Para esto se obtiene una muestra de n observaciones de todas las variables (respuesta y explicativas) las cuales proveerán la información para la construcción de la relación de interés. El modelo de regresión lineal clásico se puede resumir por medio de la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} Y_i &\sim N(\mu_i, \sigma^2), \\ \mu_i &= \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_p X_{pi}, \\ \sigma^2 &= \text{constante}, \end{aligned} \quad (1)$$

donde el subíndice i está definido como $i=1,2,\dots,n$. El coeficiente β_j representa el efecto de la j -ésima variable explicativa sobre el valor medio μ de la variable respuesta Y .

Uno de los supuestos subyacente que se tiene en el modelo de regresión lineal clásico dado en la expresión (1) es que la variable respuesta Y se distribuye normal con media μ variable y varianza σ^2 constante.

El vector de parámetros θ del modelo (1) está formado por los coeficientes β y la varianza σ^2 , es decir, $\theta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p, \sigma^2)^T$. La estimación del vector de parámetros θ se puede realizar por medio del método de mínimos cuadrados o por medio del método de máxima verosimilitud, por cualquiera de los dos métodos se obtiene el mismo vector de parámetros estimado $\hat{\theta}$.

2.2 Modelos GAMLSS

Los modelos *Generalized Additive Model for Location Scale and Shape* (GAMLSS) propuestos Rigby y Stasinopoulos (2005) son de gran utilidad ya que permiten modelar todos los parámetros de la variable respuesta Y en función de las variables explicativas X_1, X_2, \dots, X_p . Estos modelos son una generalización de los *Generalized Linear Models* (GLM) y los *Generalized Additive Models* (GAM). Además, la ventaja que tienen sobre los modelos lineales usuales radica en que permiten elegir la distribución más adecuada para la variable respuesta sin limitarse al supuesto de normalidad. En dichos

modelos las observaciones se suponen independientes y su función de densidad de probabilidad puede depender hasta de cuatro parámetros μ, σ, ν, τ . La estructura general de los modelos GAMLSS se puede representar por medio del siguiente modelo:

$$\begin{aligned}
 Y_i &\sim D(\mu, \sigma, \nu, \tau), \\
 g_1(\mu) &= \beta_{10} + \beta_{11}X_1 + \dots + \beta_{1p}X_p, \\
 g_2(\sigma) &= \beta_{20} + \beta_{21}X_1 + \dots + \beta_{2p}X_p, \\
 g_3(\nu) &= \beta_{30} + \beta_{31}X_1 + \dots + \beta_{3p}X_p, \\
 g_4(\tau) &= \beta_{40} + \beta_{41}X_1 + \dots + \beta_{4p}X_p,
 \end{aligned} \tag{2}$$

donde $D(\cdot)$ es una distribución de probabilidad general con hasta cuatro parámetros μ, σ, ν, τ ; las funciones $g_k(\cdot)$, con $k = 1, 2, 3, 4$, son funciones de enlace conocidas para relacionar los parámetros con las variables explicativas. Los parámetros β_{kj} con $j = 0, 1, \dots, p$ corresponden a los efectos de las variables explicativas y se estiman por medio del método de máxima verosimilitud.

Los modelos GAMLSS poseen la ventaja de modelar la variable respuesta pudiendo seguir una distribución estadística continua, discreta o mixta. Para mayor información sobre los modelos GAMLSS se recomienda consultar Stasinopoulos et al. (2017).

2.3 Descripción del experimento

Los grupos de investigación Ciencia y Tecnología Biomédica (CTB) y Corrosión y Protección (CP) de la Universidad de Antioquia realizan estudios en el área de las ciencias y la ingeniería de los materiales. En el artículo de Ruiz et al. (2003) los grupos de investigación reportaron un experimento el cual consistió en aplicar un baño de recubrimiento de cromoduro a portaagujas quirúrgicos de acero inoxidable, los cuales son instrumentos que se usan como soporte para conducir las agujas a través de los tejidos en diversos procedimientos (Arias et al., 2004). En la Figura 1 se muestra una ilustración de un portaagujas.

Figura 1. Portaagujas, figura obtenida de Arias et al. (2004).

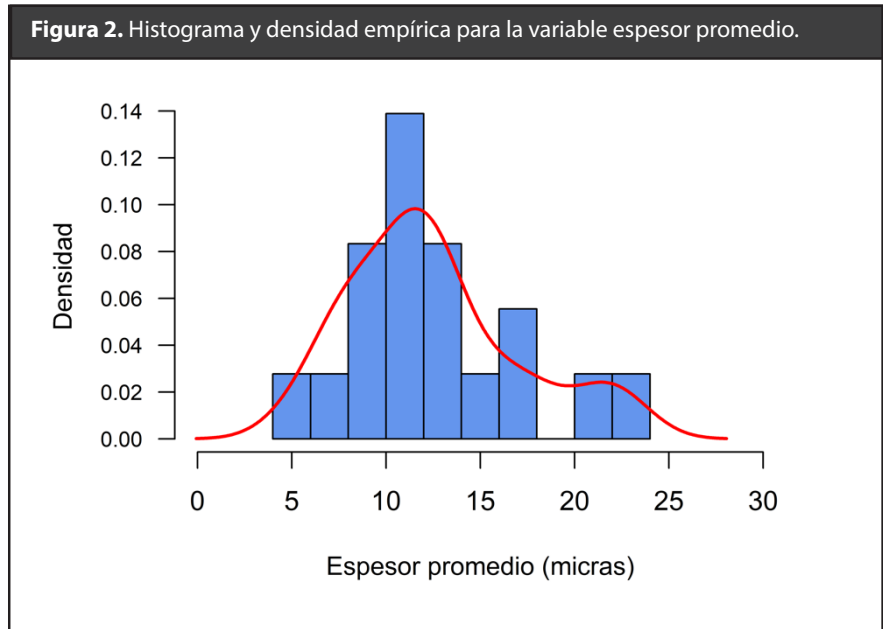


El objetivo del experimento fue estudiar el efecto de las variables Temperatura, Densidad de corriente y Tiempo de exposición sobre el Espesor promedio del recubrimiento de cromoduro al final del proceso. El diseño experimental utilizado fue un rotacional compuesto de segundo orden, por medio del cual se obtuvieron 2^k puntos factoriales, 2^k puntos axiales y 4 puntos al centro, donde $k = 3$, es decir, 3 factores de estudio, para un total de 18 observaciones en el experimento. En la Tabla 1 se reportan las variables involucradas en el experimento y sus unidades.

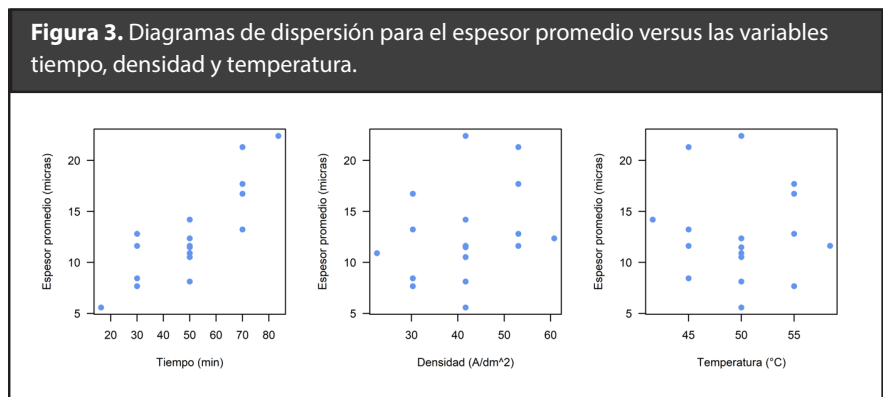
Tabla 1. Datos del experimento obtenidos de Ruiz et al. (2003). Entre paréntesis está el nombre abreviado de la variable y dentro de corchetes las unidades de la variable.

Tiempo de exposición (Tie)[min]	Densidad de corriente (Den)[A/dm ²]	Temperatura (Tem)[°C]	Espesor promedio (Esp)[micras]
50,00	41,67	50,0	8,12
70,00	53,03	45,0	21,31
50,00	41,67	50,0	8,12
70,00	30,30	55,0	16,73
16,36	41,67	50,0	5,58
50,00	41,67	50,0	10,52
50,00	60,78	50,0	12,36
50,00	41,67	41,6	14,20
83,64	41,67	50,0	22,41
70,00	30,30	45,0	13,23
50,00	22,55	50,0	10,91
30,00	53,03	45,0	11,62
30,00	53,03	55,0	12,80
70,00	53,03	55,0	17,70
30,00	30,30	45,0	8,44
50,00	41,67	50,0	11,49
50,00	41,67	58,41	11,63
30,00	30,30	55,0	7,67

En la Figura 2 se muestra el histograma y la densidad para la variable espesor promedio. De esta figura se observa que la variable espesor promedio sólo toma valores positivos, con un coeficiente de asimetría de 0,7442849 con sesgo a derecha y una kurtosis de 2,877021. Al aplicar la prueba de normalidad Shapiro-Wilks se obtuvo un valor-P de 0,2031 por lo cual no se tienen evidencias para rechazar la normalidad de la variable espesor promedio.



En la Figura 3 se muestran diagramas de dispersión para el espesor promedio versus las variables tiempo, densidad y temperatura. De esta figura se observa claramente que el espesor promedio está relacionado con el tiempo de forma positiva, entre mayor el tiempo mayor, el espesor promedio. Los diagramas restantes de la figura no revelan un patrón claro de relación entre el espesor promedio y la densidad o la temperatura.



2.4 Análisis marginal para seleccionar la distribución de la variable respuesta

En esta sección se presentan los resultados de un análisis marginal (sin covariables) de la variable respuesta para seleccionar las distribuciones estadísticas que mejor explican el patrón de variación observado del espesor promedio.

Para seleccionar las distribuciones se utilizó el criterio *Generalized Akaike Information Criterion* (GAIC) propuesto por Akaike (1983) y que se define en la siguiente expresión:

$$GAIC = -2 l + \# df,$$

donde l corresponde al valor de log-verosimilitud del modelo al ser evaluada en el vector de parámetros estimado $\hat{\theta}$, el valor $\#$ corresponde a la penalización por el exceso de parámetros en el modelo (por lo general $\# = 2$) y df es el número de parámetros estimados del modelo. El modelo con el menor valor de $GAIC$ se considera como el modelo que mejor explica la variable de interés.

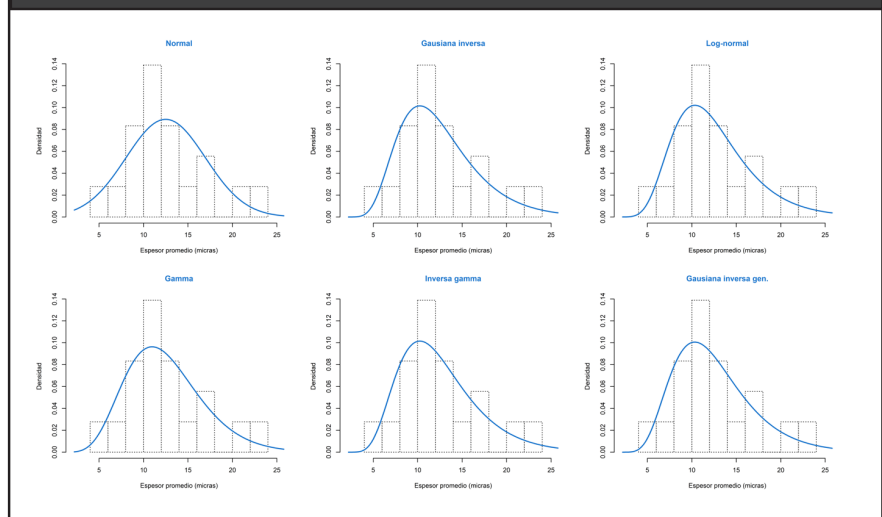
Para seleccionar las distribuciones que mejor se ajustan a la variable respuesta se consideraron veinte distribuciones, la distribución normal, como referencia, y otras diecinueve distribuciones con soporte en R^+ . Los valores de $GAIC$ obtenidos para las mejores cinco distribuciones con soporte en R^+ y para la distribución de referencia se muestran en la Tabla 2. De la tabla se observa que la distribución gaussiana inversa es la que presenta el menor valor de $GAIC$, seguida de las distribuciones log-normal, gamma e inversa gamma.

Tabla 2. Valores de $GAIC$ para cada una de las distribuciones consideradas.

Distribución	Normal	Gaussiana inversa	Log-normal	Gamma	Inversa gamma	Gaussiana inversa generalizada
$GAIC$	108,9727	106,3347	106,3979	106,6350	106,7465	108,3277

Para ilustrar el ajuste de las seis distribuciones a los datos de la variable respuesta, se construyó un histograma para la variable espesor promedio y se agregó la curva de densidad para cada una de las distribuciones. En la Figura 4 se observa el histograma y las curvas de densidad. De la figura se observa que la distribución normal es la que menor flexibilidad tiene para modelar la forma del histograma mientras que las otras distribuciones parecen explicar mejor el comportamiento de los datos observados.

Figura 4. Histograma para el espesor promedio junto con la curva de densidad para las distribuciones normal, gaussiana inversa, log-normal, gamma, inversa gamma y gaussiana inversa generalizada.



3. Resultados

Ruiz et al. (2003) construyeron un modelo lineal clásico con respuesta normal para explicar la media (μ) de la variable espesor promedio en función de las covariables tiempo, densidad y temperatura, asumiendo que la varianza (σ^2) de la variable espesor es constante. El modelo final reportado por los autores incluyó la temperatura, a pesar de no ser significativa, debido a la cinética del problema. El modelo reportado por Ruiz et al. (2003) se muestra a continuación.

$$\begin{aligned}\hat{\mu} &= 7,0094 - 0,1235 \text{ Tie} + 0,1275 \text{ Den} - 0,0589 \text{ Tem} + 0,0033 \text{ Tie}^2 \\ \hat{\sigma} &= 2,3160\end{aligned}\quad (2)$$

Este modelo reportado por Ruiz et al. (2003) tiene un coeficiente $R_{pseud}^2 = 0,81$ y una correlación entre los valores verdaderos de la respuesta y las predicciones de $\rho(Y, \hat{Y}) = 0,90$.

En el presente artículo se extiende el modelo propuesto por Ruiz et al. (2003) al modelar la media y varianza del espesor promedio en función de las covariables tiempo, densidad y temperatura. Adicionalmente, en este estudio se consideraron otras distribuciones estadísticas para la variable respuesta como son la distribución gaussiana inversa, log-normal, gamma, inversa gamma y gamma inversa generalizada. Todas estas distribuciones están definidas en R^+ , las primeras cuatro tienen dos parámetros, uno de localización y uno de escala (μ y σ), mientras que la distribución gamma inversa generalizada tiene tres parámetros (μ , σ y ν). La parametrización de estas distribuciones puede ser consultada en Stasinopoulos et al. (2017).

Para construir los modelos con cada distribución se aplicó un proceso de selección de variables. Se comenzó con un modelo básico sin covariables y luego se fueron agregando términos a cada uno de los parámetros sin llegar a superar el modelo saturado definido a continuación.

$$\begin{aligned}y_i &\sim D(\mu, \sigma, \nu) \\ g_1(\mu) &= \beta_0 + \beta_1 \text{ Tem} + \beta_2 \text{ Tie} + \beta_3 \text{ Den} + \beta_4 \text{ Tem}^2 + \beta_5 \text{ Tie}^2 + \beta_6 \text{ Den}^2 + \text{Int. dobles} \\ g_2(\sigma) &= \gamma_0 + \gamma_1 \text{ Tem} + \gamma_2 \text{ Tie} + \gamma_3 \text{ Den} + \gamma_4 \text{ Tem}^2 + \gamma_5 \text{ Tie}^2 + \gamma_6 \text{ Den}^2 + \text{Int. dobles} \\ g_3(\nu) &= \delta_0 + \delta_1 \text{ Tem} + \delta_2 \text{ Tie} + \delta_3 \text{ Den} + \delta_4 \text{ Tem}^2 + \delta_5 \text{ Tie}^2 + \delta_6 \text{ Den}^2 + \text{Int. dobles}\end{aligned}$$

En este modelo la letra D representa cada una de las seis distribuciones consideradas y la última expresión $g_3(\nu)$ sólo aplica para la distribución gamma inversa generalizada que tiene tres parámetros. Para la construcción de todos los modelos se inició con un modelo sin covariables, luego, aplicando un proceso de selección de variables hacia adelante (*forward*), se fueron agregando covariables a cada uno de los parámetros de manera que el $GAIC$ fuese disminuyendo. El alcance (*scope*) o estructura más compleja para cada uno de los parámetros tuvo las covariables originales, términos de grado dos y las posibles interacciones dobles. No se consideraron estructuras más complejas debido al número limitado de observaciones en el experimento original.

Luego de realizar el proceso de selección de variables hacia adelante (*forward*), se construyó la Tabla 3 la cual contiene un resumen de los aspectos más importante de cada modelo. Las primeras dos columnas se refieren al nombre abreviado del modelo y a la distribución considerada para la variable respuesta. En la parte central

de la tabla se observan los términos o covariables que fueron importantes para cada parámetro dentro de cada modelo. Por ejemplo, para el modelo M2, se encontró que la modelación de μ debería contener los términos Tie y Den^2 , mientras que para la modelación de σ debería contener los términos Tie y Tie^2 . Las tres columnas finales muestran las medidas de desempeño $GAIC$, R_{pseudo}^2 y $\rho(Y, \hat{E}(Y))$, que sirven para comparar los modelos. La palabra "NA" en la columna del parámetro ν significa que ese parámetro no aplica para esa distribución. El número 1 en las columnas σ y ν significa que para ese parámetro no se identificaron covariables importantes en el modelo final.

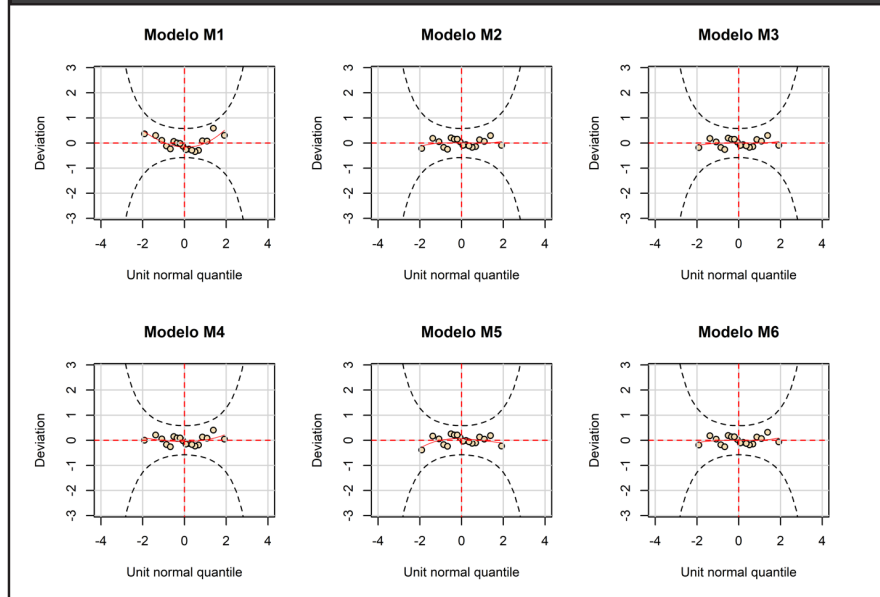
Tabla 3. Modelos finales luego del proceso de selección de variables. Términos significativos para cada parámetro y valores de $GAIC$, R_{pseudo}^2 y $\rho(Y, \hat{E}(Y))$.

Modelo	Distribución	Términos			GAIC	R_{pseudo}^2	$\rho(Y, \hat{E}(Y))$
		μ	σ	ν			
De referencia	Normal	Tie, Tie^2, Den^2	1	NA	87,46	0,81	0,90
M1	Normal	Tie, Den^2	1	NA	85,08	0,81	0,90
M2	Gaussiana inv.	Tie, Den^2	Tie, Tie^2	NA	84,45	0,81	0,89
M3	Log-normal	Tie^2, Den^2	Tie^2	NA	83,99	0,79	0,90
M4	Gamma	Tie^2, Den^2	Tie^2	NA	83,67	0,80	0,91
M5	Gamma inv.	Tie^2, Den^2	Tie^2	NA	84,49	0,79	0,91
M6	Gamma inv. gen.	Tie^2, Den^2	1	1	86,88	0,76	0,91

En la mayoría de los modelos se llegó a que los términos Tie^2 y Den^2 eran términos importantes en la modelación del parámetro μ . Por esta razón se hizo una afinación y se incluyeron los términos de grado uno (Tie y Den) en el modelo, sin embargo, el resultado fue que los nuevos términos enmascararon el efecto de los términos cuadráticos. Debido a esto es que en la Tabla 3 no se observan polinomios completos de algunas de las covariables en μ y en σ .

En la Figura 5 se muestra el análisis de residuales por medio de los diagramas de gusano (*worm plot*), los cuales fueron propuestos por Buuren y Fredriks (2001) como una herramienta para evaluar si el modelo se ajusta bien a los datos. El diagrama de gusano es un diagrama cuantil-cuantil sin tendencia y el nombre proviene de la apariencia de gusano de los puntos trazados. Si los puntos del gráfico están ubicados en una línea horizontal y no invaden las hipérbolas superior e inferior, es un indicio de que el modelo está bien ajustado. De la Figura 5 se observa que todos los modelos presentan un buen comportamiento de sus residuales.

Figura 5. Diagramas de gusano (*worm plot*) para los modelos M1 a M6 reportados en la Tabla 3.



Al comparar los modelos de la Tabla 3 según su $GAIC$, R^2_{pseudo} , $\rho(Y, \hat{E}(Y))$ y comportamiento de los residuales, se decidió elegir el modelo M4 con distribución gamma como modelo final, debido a que este modelo presentó el menor valor de $GAIC$ y uno de los mayores valores de $\rho(Y, \hat{E}(Y))$.

En la siguiente tabla se presenta el resumen de los efectos estimados, error estándar, valor- t y valor- P para el modelo M4. Este modelo se obtuvo de un proceso de selección de variables y se caracteriza porque los términos Tie^2 y Den^2 fueron significativos para explicar el parámetro μ , mientras que para el parámetro σ sólo el término Tie^2 fue significativo. Al intentar completar los polinomios para μ y σ con los términos de menor grado, se llegó a un modelo en el cual ninguna variable era significativa, por esta razón se dejó el modelo M4 en su forma original.

Tabla 4. Efectos estimados, error estándar, valor-*t* y valor-*P* para el modelo M4.

Efectos estimados en la modelación de $\log(\mu)$				
	Estimación	Error estándar	Valor- <i>t</i>	Valor- <i>P</i>
Intercepto	1,8102	0,1093	16,5649	0,0000
<i>Tie</i> ²	0,0002	0,0000	9,6110	0,0000
<i>Den</i> ²	0,0001	0,0000	3,0346	0,0096
Efectos estimados en la modelación de $\log(\sigma)$				
	Estimación	Error estándar	Valor- <i>t</i>	Valor- <i>P</i>
Intercepto	-1,2494	0,3593	-3,4773	0,0041
<i>Tie</i> ²	-0,0002	0,0001	-1,8472	0,0876

Usando la información de la tabla anterior, el modelo ajustado se puede expresar simbólicamente como se muestra a continuación.

$$\log(\hat{\mu}) = 1,8102 + 0,0002 \text{ Tie}^2 + 0,0001 \text{ Den}^2 \quad (3)$$

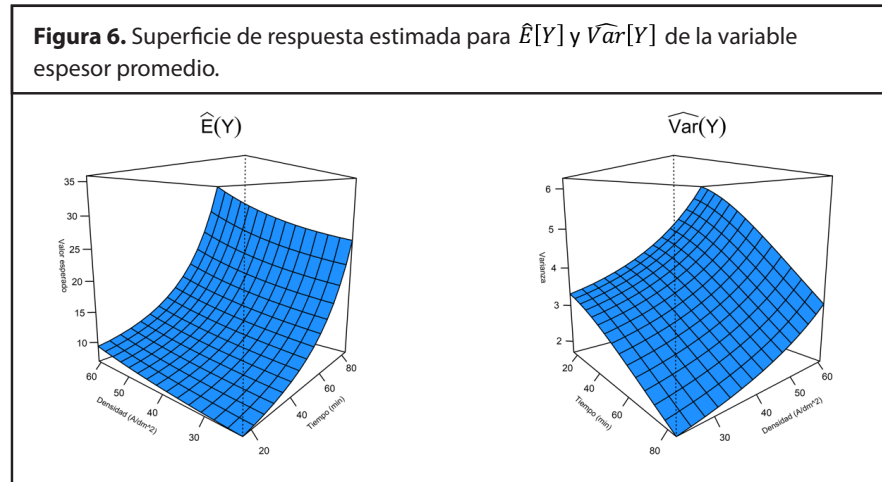
$$\log(\hat{\sigma}) = -1,2494 - 0,0002 \text{ Tie}^2 \quad (4)$$

En la parametrización de la distribución gamma usada, la media se expresa como $E[Y] = \mu$ y la varianza como $\text{Var}[Y] = \mu^2 \sigma^2$. Al reemplazar las expresiones (3) y (4) en $E[Y]$ y $\text{Var}[Y]$, se obtiene que la media y la varianza para la variable espesor promedio son las siguientes:

$$\hat{E}[Y] = \exp(1,8102 + 0,0002 \text{ Tie}^2 + 0,0001 \text{ Den}^2) \quad (5)$$

$$\widehat{\text{Var}}[Y] = \exp(1,1216 - 0,0001 \text{ Tie}^2 + 0,0002 \text{ Den}^2) \quad (6)$$

En la Figura 6 se muestran las superficies para $\hat{E}[Y]$ y $\widehat{\text{Var}}[Y]$ de la variable espesor promedio, construidas a partir de las expresiones anteriores. Ambas superficies fueron rotadas tener una perspectiva en la cual se puedan apreciar los efectos del tiempo y la densidad sobre $\hat{E}[Y]$ y $\widehat{\text{Var}}[Y]$.



Del panel izquierdo de la Figura 6 se observa que, dejando la densidad constante y aumentando el tiempo, se observa un incremento en $\hat{E}[Y]$. De igual forma, dejando el tiempo constante y aumentando la densidad, se observa un incremento leve en $\hat{E}[Y]$. En el panel derecho de la Figura 6 se observa que, dejando la densidad constante y aumentando el tiempo, la $\widehat{Var}[Y]$ tiende a disminuir; por el contrario, para un tiempo constante, el aumentar la densidad conduce a un aumento de $\widehat{Var}[Y]$.

4. Conclusiones

El modelo GAMLSS con distribución gamma fue el modelo que mejor explicó la relación entre las covariables y la variable respuesta espesor promedio del recubrimiento. Este modelo presentó un *GAIC* de 83,67 y un coeficiente de correlación $\rho(Y, \hat{E}(Y))$ de 0,91. Usando el modelo ajustado fue posible obtener expresiones (5) y (6) para predecir el valor esperado $\hat{E}[Y]$ y la varianza $\widehat{Var}[Y]$ de la variable respuesta espesor promedio. Estas expresiones se pueden utilizar en la práctica para encontrar las condiciones de densidad y tiempo para optimizar el proceso de recubrimiento con cromoduro a portaagujas quirúrgicos de acero inoxidable. De las superficies de respuesta mostradas en la Figura 6 se observa claramente al incrementar el tiempo y la densidad hay un aumento del espesor promedio del recubrimiento.

El modelo GAMLSS reportado en este trabajo puede ayudar a otros investigadores a utilizar modelos estadísticos apropiados para explorar los efectos de condiciones productivas sobre diversas características de interés. Adicionalmente, los modelos construidos sirven para explorar otros procedimientos para recubrir instrumentos y así disminuir los riesgos en intervenciones quirúrgicas.

Referencias bibliográficas

- Akaike, H. (1983). Information measures and model selection. *Int Stat Inst*, 44, pp. 277–291.
- Arias, J.; Aller, M. Á.; Fernández-Miranda, E.; Arias, J. I.; Lorente, L. (2004). *Propedéutica quirúrgica Preoperatorio, operatorio, postoperatorio*. Editorial Tebar.
- Bayramoglu, M.; Onat, B.; Geren, N. (2008). Statistical optimization of process parameters to obtain maximum thickness and brightness in chromium plating. *Journal of Materials Processing Technology*, 203(1–3), pp. 277–286. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2007.09.063>

- Buuren, S. van; Fredriks, M. (2001). Worm plot: a simple diagnostic device for modelling growth reference curves. *Statistics in Medicine*, 20(8), pp. 1259-1277. <https://doi.org/10.1002/sim.746>
- Flatley, C.; Kumar, S.; Greer, R. M. (2019). Reference centiles for the middle cerebral artery and umbilical artery pulsatility index and cerebro-placental ratio from a low-risk population – a Generalised Additive Model for Location, Shape and Scale (GAMLSS) approach. *The Journal of Maternal-Fetal & Neonatal Medicine*, 32(14), pp. 2338–2345. <https://doi.org/10.1080/14767058.2018.1432590>
- Gauss, C. F. (1809). *Theoria Motus Corporum Coelestium in Sectionibus Conicis Solem Ambientum*. https://archive.org/details/bub_gb_ORUOAAAQAAJ
- Gorokhovskiy, V.; Heckerman, B.; Watson, P.; Bekesch, N. (2006). The effect of multilayer filtered arc coatings on mechanical properties, corrosion resistance and performance of periodontal dental instruments. *Surface and Coatings Technology*, 200(18), pp. 5614–5630. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2005.07.104>
- Lasheras, F. S.; Vilán, J. A. V.; Nieto, P. J. G.; del Coz Díaz, J. J. (2010). The use of design of experiments to improve a neural network model in order to predict the thickness of the chromium layer in a hard chromium plating process. *Mathematical and Computer Modelling*, 52(7–8), pp. 1169–1176.
- Legendre, A. M. (1805). *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*. Firmin Didot, Paris. <https://archive.org/details/nouvellesmethode00legegoog>
- Montgomery, D. C.; Peck, E.; Vining, G. (2006). *Introducción al Análisis de Regresión Lineal* (3rd ed.). Editorial Continental.
- Nascimento, M. P.; Souza, R. C.; Miguel, I. M.; Pigatin, W. L.; Voorwald, H. J. C. (2001). Effects of tungsten carbide thermal spray coating by HP/HVOF and hard chromium electroplating on AISI 4340 high strength steel. *Surface and Coatings Technology*, 138(2–3), pp. 113–124. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0257-8972\(00\)01148-8](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0257-8972(00)01148-8)
- Ramires, T. G.; Nakamura, L. R.; Righetto, A. J.; Carvalho, R. J.; Vieira, L. A.; Pereira, C. A. B. (2021). Comparison between Highly Complex Location Models and GAMLSS. *Entropy*, 23(4). <https://doi.org/10.3390/e23040469>
- Rigby, R. A.; Stasinopoulos, D. M. (2005). Generalized additive models for location, scale and shape. *Applied Statistics*, 54(3), pp. 507–554.
- Ruiz, J.; Parra, C. M.; Bustamente, C. M.; Vélez, E.; Rivera, L. A. (2003). Modelamiento del proceso de recubrimiento de instrumental quirúrgico con cromoduro. *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, 30, pp. 89–94. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=43003009>
- Sá, A. C. L.; Turkman, M. A. A. (2018). Exploring fire incidence in Portugal using generalized additive models for location, scale and shape (GAMLSS). *Model. Earth Syst. Environ.*, 4, 199–220. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/s40808-017-0409-6>
- Sánchez-Sarrí, A. O.; González-Diez, Y.; Hernández-Dávila, C.; Dávila-Cabo-de-Villa, E. (2014). *Manual de instrumental quirúrgico*. *MediSur*, 12(5), pp. 781–818.
- Smith, A.; Hofner, B.; Lamb, J. S.; Osenkowski, J.; Allison, T.; Sadoti, G.; McWilliams, S. R.; Paton, P. (2019). Modeling spatiotemporal abundance of mobile wildlife in highly variable environments using boosted GAMLSS hurdle models. *Ecology and Evolution*, 9(5), pp. 2346–2364. <https://doi.org/10.1002/ece3.4738>
- Stasinopoulos, M. D.; Rigby, R. A.; Heller, G. Z.; Voudouris, V.; De Bastiani, F. (2017). *Flexible regression and smoothing: using GAMLSS in R*. CRC Press.
- Timmerman, M. E.; Voncken, L.; Albers, C. J. (2020). A tutorial on regression-based norming of psychological tests with GAMLSS. *Psychological Methods*. <https://doi.org/10.1037/met0000348>
- Zhang, D.; Yan, D.; Wang, Y.-C.; Lu, F.; Liu, S. (2015). GAMLSS-based nonstationary modeling of extreme precipitation in Beijing–Tianjin–Hebei region of China. *Natural Hazards*, 77(2), pp. 1037–1053. <https://doi.org/10.1007/s11069-015-1638-5>