

# Control de vibración de estructuras excitadas sísmicamente usando un dispositivo con sistema inerter



Revista EIA  
ISSN 1794-1237  
e-ISSN 2463-0950  
Año XIX/ Volumen 21/ Edición N.41  
Enero - junio 2024  
Reia4110 pp. 1-25

Publicación científica semestral  
Universidad EIA, Envigado, Colombia

✉ JOHN BLANDON-VALENCIA<sup>1</sup>  
DANIEL CAICEDO<sup>1</sup>  
LUIS LARA-VALENCIA<sup>1</sup>

1. Universidad Nacional de Colombia - Medellín.

## PARA CITAR ESTE ARTÍCULO / TO REFERENCE THIS ARTICLE /

BLANDON-VALENCIA, J.; CAICEDO, D.  
y LARA-VALENCIA, L.  
Control de vibración de estructuras  
excitadas sísmicamente usando un  
dispositivo con sistema inerter  
Revista EIA, 21(41), Reia4010  
pp. 1-25.  
<https://doi.org/10.24050/reia.v21i41.1685>

## ✉ Autor de correspondencia:

BLANDON-VALENCIA, J.  
Universidad Nacional de Colombia -  
Medellín.  
Correo electrónico:  
jjblandon@unal.edu.co

**Recibido:** 20-02-2023  
**Aceptado:** 09-11-2023  
**Disponible online:** 01-02-2024

## Resumen

Una parte importante en el proceso de diseño estructural es disminuir el efecto de vibración en edificios, particularmente en aquellos que pueden estar sujetos a excitación sísmica. Aunque investigaciones en el campo del control estructural se han venido desarrollando desde principios de 1900, la complejidad y dimensiones de las estructuras civiles hacen que este problema sea particularmente difícil de resolver debido a la gran demanda de esfuerzo de control y muchas otras limitaciones asociadas. Este artículo analiza el rendimiento de un sistema de control pasivo novedoso que puede ser utilizado para el control de vibraciones en estructuras civiles sometidas a excitaciones en la base. Este dispositivo de control es denominado amortiguador sintonizado inerter (Tuned Inerter Damper, TID) el cual supera la limitación de los dispositivos pasivos clásicos que son eficientes en una banda de frecuencia estrecha para la cual están sintonizados, situación que resulta inconveniente debido a que los terremotos muestran un contenido frecuencial diverso en la mayoría de ocasiones. Este estudio emplea, además, un enfoque de optimización metaheurística basado en el método de evolución diferencial (ED), combinado con un análisis dinámico tiempo-historia elástico, a través del cual el control de vibración se enfoca en dos objetivos individuales: primero, minimizar el desplazamiento máximo horizontal; y segundo, minimizar la media cuadrática de desplazamiento (Root Mean Square, RMS). Se estudia el caso de un edificio de 12 pisos equipado con una ubicación novedosa del TID sometido a múltiples excitaciones sísmicas para verificar la efectividad del dispositivo y diferente a la presentada en la literatura. Los resultados muestran una mejora significativa en la respuesta dinámica cuando se emplea la disposición presentada en este trabajo y considerablemente mejor que un TMD equivalente. Por lo

tanto, el TID representa una alternativa potencialmente atractiva de las técnicas tradicionales de control pasivo.

**Palabras clave:** Inerter; control de vibraciones; evolución diferencial; cargas sísmicas, control pasivo, optimización

---

## Vibration control of seismicly excited structures using a device with inerter system

### Abstract

An important part of the structural design process is to decrease the effect of vibration in buildings, particularly those that may be subject to seismic excitation. Although research in the field of structural control has been made since the early 1900s, the complexity and dimensions of civil structures make this problem particularly difficult to solve due to the high demand for control effort and many other associated limitations. This paper analyzes the performance of a novel passive control system that can be used for vibration control in civil structures subjected to base excitation. This control device is called Tuned Inerter Damper (TID), which overcomes the limitation of classic passive devices that are efficient in a narrow frequency band for which they are tuned, a situation that is inconvenient since earthquakes exhibit a very diverse frequency content on most occasions. Besides, this study employs a metaheuristic optimization approach based on the differential evolution method (DE) combined with an elastic time-history dynamic analysis, through which the vibration control focuses on two individual objectives: first, minimizing the maximum horizontal displacement; and second, minimizing the root mean square (RMS) response of displacements. A 12-story building equipped with a novel arrangement of the TID, and subjected to multiple seismic excitations is studied to verify the effectiveness of the device. The results show a significant enhancement in the dynamic response when the arrangement presented in this work is used, and considerably better than an equivalent TMD. Therefore, TID represents a potentially attractive alternative to traditional passive control techniques.

**Keywords:** Inerter; vibration control; differential evolution; earthquake loads, passive control, optimization.

## 1. Introducción

Los daños estructurales provocados por los terremotos en los últimos años han cuestionado el papel de la ingeniería sísmica en cuanto a mejorar los procesos analíticos y constructivos, así como de incentivar el uso de nuevos materiales y tecnologías que contribuyan a resistir la demanda de fuerzas y grandes desplazamientos inducidos por terremotos o cargas de viento. Para enfrentar estos desafíos, se han desarrollado y probado sistemas de control de vibraciones, que pueden agruparse en cuatro grupos: dispositivos pasivos, activos, semiactivos e híbridos (Buckle, 2000).

Desde principios de la década de 1900, se han realizado varias investigaciones en el campo del control de vibraciones (Frahm, 1911) (Ormondroyd & Den Hartong, 1928). Sin embargo, la complejidad y las dimensiones de las estructuras civiles hacen que este problema sea particularmente difícil de resolver debido a la gran demanda de control y muchas otras limitaciones asociadas. En términos generales, existen principalmente dos métodos para controlar las vibraciones del edificio: primero, aislar la estructura del suelo, y segundo, utilizar la estructura principal para resistir cargas laterales. El primero emplea aisladores de base para suprimir la energía de entrada a frecuencias de resonancia específicas (Kelly & Hodder, 1982) (Kelly & Beucke, 1983) (Kelly, 1998) y el segundo usa las propiedades inherentes de la estructura para absorber y disipar la energía ejercida por las vibraciones.

En este trabajo se empleará un dispositivo denominado Inerter, cuyo concepto surge de una analogía entre sistemas eléctricos y mecánicos, siendo una similitud entre el comportamiento del Inerter con un capacitor eléctrico. El inerter producirá una fuerza interna proporcional a la aceleración relativa percibida en sus terminales y la inercia inducida por el propio inerter. El uso del dispositivo tipo inerter ha demostrado ser eficaz para controlar las vibraciones en sistemas de un solo grado de libertad (Hu & Chen, 2015) (Shen, Chen, Yang, Shi, & Yang, 2016). Además, varios investigadores han estudiado ampliamente la idea de utilizar el inerter en sistemas de aislamiento de base para edificios (Wang, Chen, Liao, & Hong, 2007) (Wang, Hong, & Chen, 2010) (Chen, Tu, & Wang, 2015). En

ese sentido, el TID es propuesto por (Lazar, Neild, & Wagg, 2014) como un sistema de control pasivo que consta de un resorte y un amortiguador viscoso montados en paralelo y conectados en serie con un inerter. Por lo tanto, el TID se basa en un TMD convencional con la masa reemplazada por el dispositivo denominado inerter. Otros autores (Lazar, Wagg, & Neild, 2013) (Lazar, Neild, & Wagg, 2014) han estudiado el TID modelado dentro de un edificio de varios pisos como riostras entre pisos adyacentes, y basando el proceso de optimización en las formas cerradas derivadas de la teoría de puntos fijo desarrollada por Den Hartog para sistemas no amortiguados que utilizan cargas armónicas (Den Hartog, 1985).

De manera similar, varios investigadores han verificado la efectividad de los TID instalados en el nivel del suelo, en modelos de construcción idealizados como estructuras de vigas de cortante (Lazar, Neild, & Wagg, 2014) (Wen, Chen, & Hua, 2017). En (Pan & Zhang, 2018) adoptaron la relación de mitigación de la respuesta de vibración estocástica como el índice de diseño y las expresiones de la respuesta estocástica de forma cerrada en tres disposiciones diferentes de sistemas de un solo grado de libertad (SDOF) equipados con el TID. En (Shen, Niyitangamahoro, Feng, & Zhu, 2019) centraron el proceso de ajuste en una estructura SDOF equipada con un TID sometido a movimientos sísmicos idealizados como cargas armónicas.

Este artículo presenta un sistema que emplea un TID para el control de vibraciones inducidas sísmicamente en edificios, en el que la posición del TID se cambia desde el nivel del suelo hasta los dos últimos niveles del sistema estructural. Además, se emplea una técnica metaheurística basada en el método de evolución diferencial (Differential Evolution Method, DEM) para lograr la puesta a punto del dispositivo; el control de vibraciones se centra en dos objetivos individuales: primero, minimizar el desplazamiento horizontal del pico; y segundo, minimizar la respuesta de desplazamiento de la raíz cuadrada media (RMS). Finalmente, un estudio de caso de un edificio de 12 pisos equipado con el novedoso esquema TID se somete en la base a cuatro excitaciones, obtenidos de terremotos registradores en diferentes partes del mundo y que han sido empleados ampliamente en la literatura, para verificar la efectividad del sistema basado en TID.

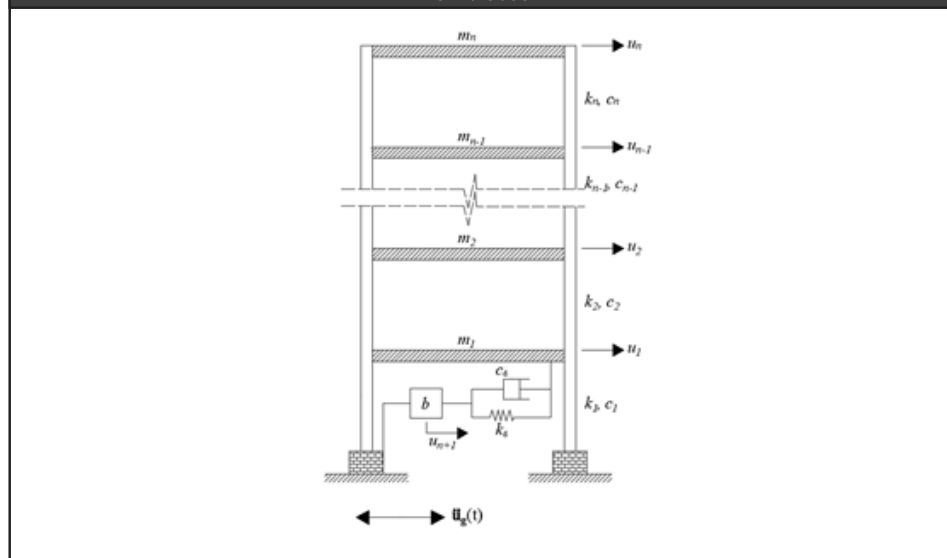
## 2. Modelo matemático y ecuaciones de movimiento

El inerter (Smith, 2002) es un dispositivo mecánico con masa insignificante que une dos nodos libres para moverse de forma independiente. El dispositivo produce una fuerza proporcional a la aceleración relativa percibida en sus terminales y la inercia inducida por el propio inerter. La ecuación (1) muestra la representación matemática de la fuerza inducida por el dispositivo y que es proporcional al cambio de la aceleración.

$$f_b = b \cdot (\ddot{u}_2 - \ddot{u}_1) \quad (1)$$

La Figura 1 muestra la configuración estructural de un marco 2D modelado como un edificio de un grado de libertad por piso (edificio de cortante) con  $n$  grados de libertad relacionados con los desplazamientos horizontales de cada piso, adicionalmente se considera un TID instalado en el nivel inferior del edificio, y sometido a una aceleración en la base  $\ddot{u}_g(t)$ , donde:  $m_i$ ,  $k_i$  y  $c_i$  son la masa, la rigidez lateral y el amortiguamiento del  $i$ -ésimo nivel ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) respectivamente; y  $b$ ,  $k_d$ , y  $c_d$  son los coeficientes de inercia, rigidez y amortiguación, respectivamente, que caracterizan al sistema TID.

**Figura 1.** Sistema con un TID instalado en el nivel inferior de piso sometido a aceleraciones en la base



Para simplificar el procedimiento de ajuste, los parámetros  $k_d$  y  $c_d$  se reescriben como se muestran en las ecuaciones (2) y (3), donde  $\omega_1$ ,  $f$  y  $\zeta_d$  son la frecuencia fundamental circular de la estructura, la relación de frecuencia del controlador y la relación de amortiguamiento crítico del controlador, respectivamente.

$$k_d = \omega_1^2 f^2 b \quad (2)$$

$$c_d = 2f \zeta_d \omega_1 b \quad (3)$$

De esta forma, el proceso de sintonización será similar al del TMD, por lo que la optimización se centrará en encontrar estos dos últimos parámetros adimensionales.

El equilibrio del modelo mostrado en la Figura 1 se obtiene empleando las ecuaciones (4) a (7), para los  $n$  grados de libertad en cada nivel del sistema estructural, y también el grado de libertad adicional  $n + 1$  dado por la posibilidad de movimiento horizontal en el inerter.

$$m_1 \ddot{u}_1 + (c_1 + c_2 + c_d) \dot{u} - c_2 u_2 - c_d \dot{u}_{n+1} + (k_1 + k_2 + k_d) u_1 - k_2 u_2 - k_d u_{n+1} = -m_1 \ddot{u}_g(t) \quad (4)$$

$$m_{n-1} \ddot{u}_{n-1} + (c_{n-1} + c_n) \dot{u}_{n-1} - c_n \dot{u}_n + (k_{n-1} + k_n) u_{n-1} - k_n u_n = -m_{n-1} \ddot{u}_g(t) \quad (5)$$

$$m_n \ddot{u}_n + (c_n + c_d) \dot{u}_n - c_d \dot{u}_d + (k_n + k_d) u_n - k_d u_d = -m_n \ddot{u}_g(t) \quad (6)$$

$$b \cdot \ddot{u}_{n+1} + c_d \dot{u}_{n+1} - c_d \dot{u}_1 + k_d u_{n+1} - k_d u_1 = -m_n \ddot{u}_g(t) \quad (7)$$

Cabe señalar que en la ecuación (7), la carga debida al sismo no afecta la inercia, sino la masa inercial real del sistema de control ( $m_b$ ). Esta masa puede expresarse considerando la relación entre la inercia, la masa aparente y la masa física real del dispositivo

(Papageorgiou & Smith, 2005); dicha relación se establecerá como se muestra en la ecuación (8).

$$m_b = 1/200 b \quad (8)$$

Consecuentemente, el sistema de ecuaciones de movimiento en forma matricial, se expresa en la ecuación (9); donde  $[M]$ ,  $[C]$  y  $[K]$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, modificadas por la inclusión del TID, como se indica en las expresiones (10) a (12).  $\{U\}$  representa el vector de respuesta de desplazamientos, mostrado en la ecuación (13), donde:  $u_i$  representa el desplazamiento horizontal del grado de libertad correspondiente al inerte, es el vector de respuesta de velocidad, es vector de respuesta para la aceleración, es la aceleración del terreno y  $\delta$  viene dado por la ecuación (14).

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [C]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = -[M]\{\delta\}\ddot{u}_g(t) \quad (9)$$

$$M_{(n+1,n+1)} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{n-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n & 0 \\ [ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & b ] \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$C_{(n+1,n+1)} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + c_d & -c_2 & \cdots & 0 & 0 & -c_d \\ -c_2 & c_2 + c_{2+1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_{n-1} + c_n & -c_n & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -c_n & c_n & 0 \\ [ -c_d & 0 & \cdots & 0 & 0 & c_d ] \end{bmatrix} \quad (11)$$

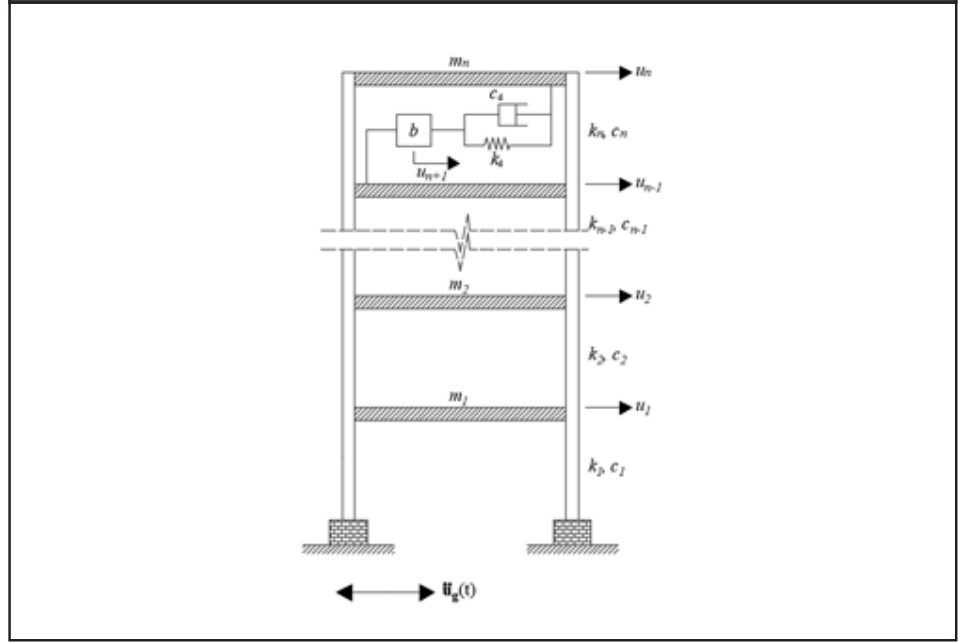
$$K_{(n+1,n+1)} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + k_d & -k_2 & \cdots & 0 & 0 & -k_d \\ -k_2 & k_2 + k_{2+1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_{n-1} + k_n & -k_n & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -k_n & k_n & 0 \\ [ -k_d & 0 & \cdots & 0 & 0 & k_d ] \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$U = \{u_1 \quad u_2 \quad \dots \quad u_{n-1} \quad u_n \quad u_d\}^T \quad (13)$$

$$\delta_{n+1} = \{1 \quad 1 \quad \dots \quad 1 \quad 1 \quad 1/200\}^T \quad (14)$$

El presente trabajo investiga el desempeño del TID cuando se ubica en el nivel superior de un edificio, como se muestra en la Figura 2.

**Figura 2.** Sistema con un tipo de variante del TID instalado en el nivel superior del piso y con excitación en la base



El TID ubicado en el nivel superior del edificio también implica un grado de libertad adicional en el sistema de ecuaciones. Por lo tanto, la matriz de masa controlada sigue siendo la misma que se muestra en la ecuación (10), pero las matrices de amortiguamiento y rigidez con el sistema de control del edificio de la Figura 2, cambian como se indica en las expresiones (15)) y (16).

$$\mathbf{C}_{(n+1,n+1)} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_{2+1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_{n-1} + c_n + c_d & -c_n & -c_d \\ 0 & 0 & \cdots & -c_n & c_n + c_d & -c_d \\ [ 0 & 0 & \cdots & -c_d & -c_d & c_d ] \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{K}_{(n+1,n+1)} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_{2+1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_{n-1} + k_n + k_d & -k_n & -k_d \\ 0 & 0 & \cdots & -k_n & k_n + k_d & -k_d \\ [ 0 & 0 & \cdots & -k_d & -k_d & k_d ] \end{bmatrix} \quad (16)$$



### 3. Evaluación de la energía

La acción debida a los sismos en los edificios genera una energía que ingresa al edificio debido al movimiento del suelo durante una excitación sísmica. Sin embargo, toda la energía de entrada no se disipa en su totalidad durante la excitación sísmica, y alguna parte de ella se almacena en la estructura en forma de energías cinéticas y de deformación. La energía de entrada se puede expresar como:

$$\mathbf{E}_i = - \frac{1}{M_t} \sum_0^{t_k} \begin{Bmatrix} \{dX\}_{nx1} \\ \{dx\}_{mx1} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} [M_N]_{nxn} & [0]_{nxm} \\ [0]_{m \times n} & [m_n]_{m \times m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r\}_{nx1} \\ \{r\}_{mx1} \end{Bmatrix} \ddot{x}_g \quad (17)$$

Donde:  $M_t$  es la masa total de la estructura,  $t_k$  es la duración de la excitación sísmica,  $t_d$  es un incremento del tiempo,  $\{X_i\}$  son los desplazamientos asociados a los  $n$  grados de libertad de la edificación,  $\{x_i\}$  son los desplazamientos asociados a los  $m$  grados de libertad de los controladores ubicados en la estructura,  $[M_n]$  es la matriz de masa de la estructura,  $[m_m]$  es la matriz de masa asociada a los controladores,  $\{r\}$  es el vector de influencia de la carga lateral y  $\ddot{x}_g$  es la aceleración en la base.

Es deseable que la mayor parte de esta energía se disipe en mayor medida en aquellas estructuras que tienen controladores de desplazamiento que aquellas que no tienen control. De esta manera los controladores ayudan a disipar la energía de amortiguamiento, la cual se expresa como:

$$\mathbf{E}_d = - \frac{1}{M_t} \sum_0^{t_k} \begin{Bmatrix} \{dX\}_{nx1} \\ \{dx\}_{mx1} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} [C_n]_{nxn} + [c_m]_{m \times m} & -[c_m]_{n \times m} \\ -[c_m]_{m \times n} & [c_m]_{m \times m} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{X}_i\}_{nx1} \\ \{\dot{x}_i\}_{mx1} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Donde:  $[C_n]$  es la matriz de amortiguamiento de la estructura,  $[c_m]$  es la matriz de amortiguamiento respecto a los controladores,  $\{\dot{X}_i\}$  es la velocidad asociada a los grados de libertad del edificio y  $\{\dot{x}_i\}$  es la velocidad asociada a los grados de libertad de los controladores.

En estas expresiones, en cualquier momento, la suma de la energía de entrada y la energía de amortiguamiento disipada por el edificio y controladores da como resultado la energía total disipada hasta ese momento. La energía de deformación almacenada en el edificio y la energía cinética, respectivamente, se evalúan como:

$$\mathbf{E}_s = \frac{1}{2} \frac{1}{M_t} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{X}_i\}_{nx1} \\ \{\mathbf{x}_i\}_{mx1} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_n]_{nxn} + [\mathbf{k}_m]_{nxn} & -[\mathbf{k}_m]_{nxm} \\ -[\mathbf{k}_m]_{mxn} & [\mathbf{k}_m]_{mxm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{X}_i\}_{nx1} \\ \{\mathbf{x}_i\}_{mx1} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{E}_k = \frac{1}{2} \frac{1}{M_t} \begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{X}}_i\}_{nx1} \\ \{\dot{\mathbf{x}}_i\}_{mx1} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} [\mathbf{M}_n]_{nxn} & [\mathbf{0}]_{nxm} \\ [\mathbf{0}]_{mxn} & [\mathbf{m}_m]_{mxm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{X}}_i\}_{nx1} \\ \{\dot{\mathbf{x}}_i\}_{mx1} \end{Bmatrix} \quad (20)$$

Donde:  $[\mathbf{K}_n]$  es la matriz de rigidez de la estructura y  $[\mathbf{k}_n]$  es la matriz de rigidez asociada a los dispositivos.

#### 4. Optimización metaheurística

La evolución diferencial (ED) es una técnica metaheurística simple y eficiente, enfocada al problema de optimización de variables reales en campos continuos. La idea original fue presentada en (Storn & Price, 1997) como parte de la computación evolutiva. Dicha estrategia ha demostrado ser eficaz en la resolución de múltiples problemas en la ingeniería práctica (Biswas Raha & Chakraborty, 2012) (Seyedpoor, Shahbandeh, & Yazdanpanah, 2015) (Vo-Duy, Ho-Huu, Dang-Trung, & Nguyen-Thoi, 2016) (Bureerat & Pholdee, 2017).

La estrategia de ED se basa en un algoritmo evolutivo de población, que utiliza una cantidad NP de vectores  $n$ -dimensionales. La población inicial de vectores se elige al azar y debe cubrir todo el espacio de parámetros. La ED genera nuevos vectores de parámetros mutados, sumando la diferencia ponderada entre dos vectores de población a un tercer vector. En el cruce, los parámetros del vector mutado se mezclan con los parámetros de otro vector objetivo predeterminado, para generar un vector de prueba. Si el vector de prueba produce un valor de función de costo menor que el vector objetivo, el vector de prueba reemplaza al vector objetivo en la generación siguiente.

El enfoque propuesto en esta investigación tiene como objetivo resolver el problema de los parámetros de sintonización para sistemas estructurales de múltiples grados de libertad equipados con dispositivos TID bajo excitaciones sísmicas. Consecuentemente, la estrategia de optimización se describe en los siguientes pasos.

### **PASO 1: inicialización**

Se genera una cantidad NP de vectores entre 5 y 10 veces las dimensiones de la función a optimizar. El proceso de ajuste del TID es un problema bidimensional, en el que la búsqueda se centra en encontrar los valores óptimos de los parámetros  $f$  y  $\zeta_d$ , para un valor fijo de  $b$ . El dominio de búsqueda se define en las expresiones (17) y (18).

$$0.50 \leq f \leq 2.00 \quad (17)$$

$$0 \leq \zeta_d \leq 0.50 \quad (18)$$

Estos rangos son típicos de los TMD convencionales (Leung & Zhang, 2009) (Bekdaş & Nigdeli, 2011) (Farshidianfar & Soheili, 2013) (Nigdeli, Bekdas, & Yang, 2016) (BekdaşG, Nigdeli, & Yang, 2018) (Yucel, Bekdaş, Nigdeli, & Sevgen, 2019); en consecuencia, dichos valores representan un punto de partida razonable para el proceso de selección de parámetros para el TID.

### **PASO 2: Mutación**

Un vector de población elegido al azar se ve afectado con la diferencia proporcional de dos vectores elegidos al azar como se describe en la ecuación (19), donde  $w_i$  es el vector mutado para cada  $i$ -ésima iteración;  $v_1$ ,  $v_2$  y  $v_3$  son vectores elegidos aleatoriamente de la iteración anterior; y  $F$  es la constante de mutación que cumple las condiciones  $F > 0$ , y  $F \in [0,1]$ .

$$w_i = v_1 + F (v_2 - v_3) \quad (19)$$

**PASO 3: Cruce**

Se genera un vector  $z_i$  de acuerdo con la ecuación (20), que proviene de la combinación de las posiciones de los vectores  $v_i$  y  $w_i$  sujetos a una probabilidad de cruce o recombinación, donde *rand* representa un número real elegido aleatoriamente entre 0 y 1; y  $Cr$  es la constante de cruce o recombinación, que cumple las condiciones  $Cr > 0$ , y  $Cr \in [0,1]$ .

$$z_i(j) = \begin{cases} w_i(j) & \text{Si } rand \leq Cr \\ v_i(j) & \text{en otros casos} \end{cases} \quad (20)$$

**PASO 4: Selección**

Se evalúa la función de costo del vector de prueba  $z_i$ . Ésta consiste en la evaluación de la relación entre la respuesta controlada con el TID y la respuesta no controlada del sistema, enfocado en el  $n$ -ésimo grado de libertad. Esta relación se define como el índice de desempeño (Performance Index, PI), como se muestra en la ecuación (21); por tanto, la mejora obtenida es inversamente proporcional al valor del PI:

$$PI = \frac{\max(n\text{-ésimo GDL respuesta controlada})}{\max(n\text{-ésimo GDL respuesta no controlada})} \quad (21)$$

Para evaluar la respuesta no controlada, se realiza un análisis dinámico, pero se elimina el GDL adicional ( $n+1$ ), que representa el movimiento horizontal del inerter. La respuesta controlada se centra en dos parámetros estratégicos que se analizan individualmente como funciones objetivo: minimización del desplazamiento horizontal máximo y minimización de la media cuadrática de desplazamientos (RMS); Estos dos enfoques de optimización se definen mediante las ecuaciones (22) y (23).

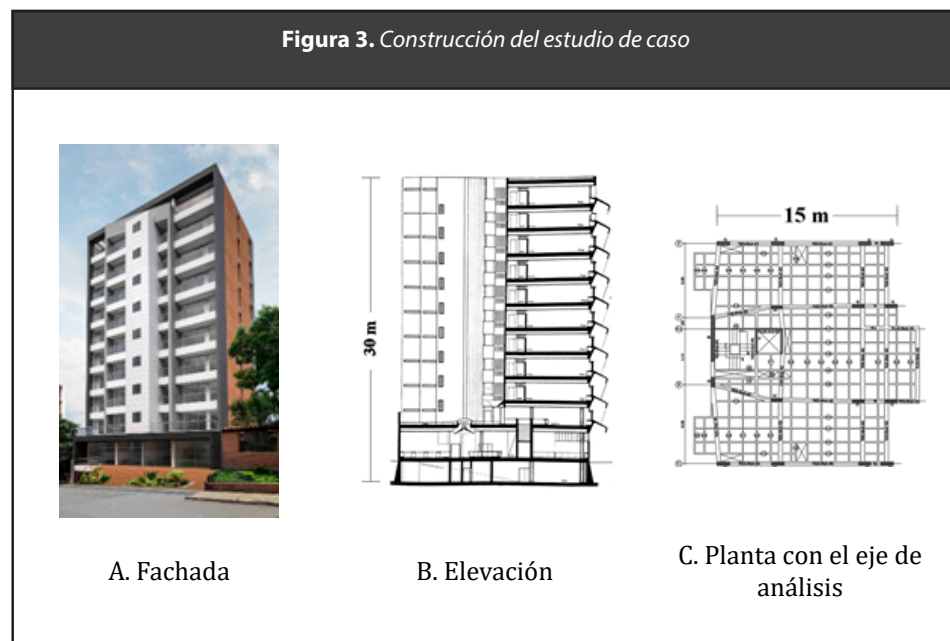
$$F_{obj1} = \max|u_n| \quad (22)$$

$$F_{obj2} = \text{RMS}(u_n) \quad (23)$$

Si se obtiene un mejor resultado después de evaluar la función de costo, el vector pasa a la siguiente generación o el vector anterior se retiene de lo contrario, entonces el proceso se repite hasta que se logra la convergencia en la función de costo.

## 5. Estudio de caso

La Figura 3 a) muestra la estructura que será empleada para ejecutar el proyecto de control basado en TIDs. El sistema es un edificio de concreto reforzado de 12 pisos, 30 m de altura, construido en la ciudad de Medellín. En la Figura 3 b) se muestra una sección del edificio. El sistema de resistencia lateral consiste en pórticos resistentes a momentos combinados con muros estructurales. El edificio es más flexible en la dirección longitudinal (15 m), por lo que se seleccionó para el estudio el marco que se muestra en la Figura 3 c).



El pórtico tiene una masa total de 1081 Mg, distribuidos uniformemente en cada piso de la estructura de acuerdo con el planteamiento arquitectónico. Las matrices de rigidez y masa resultantes, expresiones (24) y (25), tienen un tamaño de 12 x 12, considerando un grado de libertad en cada uno de los pisos; estas matrices se obtienen asumiendo diafragmas de piso infinitamente

rígidos en el plano y aplicando condensación estática en los restantes grados de libertad verticales y rotacionales. La matriz de amortiguamiento,  $[C]$ , se evaluó utilizando el método de Rayleigh para una fracción de amortiguamiento crítico del 5% para todos los modos de vibración.

$$K = \begin{bmatrix} 2051549 & -1205595 & 391161 & -93581 & 22633 & -5304 & 1374 & -255 & 110 & 29 & -65 & 201 \\ -1205595 & 1533912 & -1036958 & 378857 & -90539 & 21986 & -5090 & 1369 & -239 & 177 & -209 & 531 \\ 391161 & -1036958 & 141315 & -1026475 & 380621 & -90987 & 22021 & -5139 & 1327 & -197 & -125 & 525 \\ -93581 & 378857 & -1026475 & 1438543 & -1026120 & 380457 & -90988 & 21987 & -5176 & 1368 & -483 & 589 \\ 22633 & -90539 & 380621 & -1026120 & 1436344 & -1025674 & 380338 & -90971 & 21947 & -5095 & 960 & 476 \\ -5304 & 21986 & -90987 & 380457 & -1025647 & 1436219 & -1025638 & 380320 & -90995 & 21972 & -5293 & 1642 \\ 1374 & -5090 & 22021 & -90988 & 380338 & -1025638 & 1436193 & -1025633 & 380213 & -90658 & 20438 & -2324 \\ -255 & 1369 & -5139 & 21987 & -90971 & 380320 & -1025633 & 1436136 & -1025444 & 379379 & -87250 & 15397 \\ 110 & -239 & 1327 & -5176 & 21947 & -90995 & 380213 & -1025444 & 1435032 & -1021252 & 361428 & -56954 \\ 29 & 177 & -197 & 1368 & -5095 & 21972 & -90658 & 379379 & -1021252 & 1418527 & -951336 & 247052 \\ -65 & -209 & -125 & -483 & 960 & -5293 & 20438 & -87250 & 361428 & -951336 & 1121015 & -459027 \\ 201 & 531 & 525 & 589 & 476 & 1642 & -2324 & 15397 & -56954 & 247052 & -459027 & 251750 \end{bmatrix} \quad (24)$$

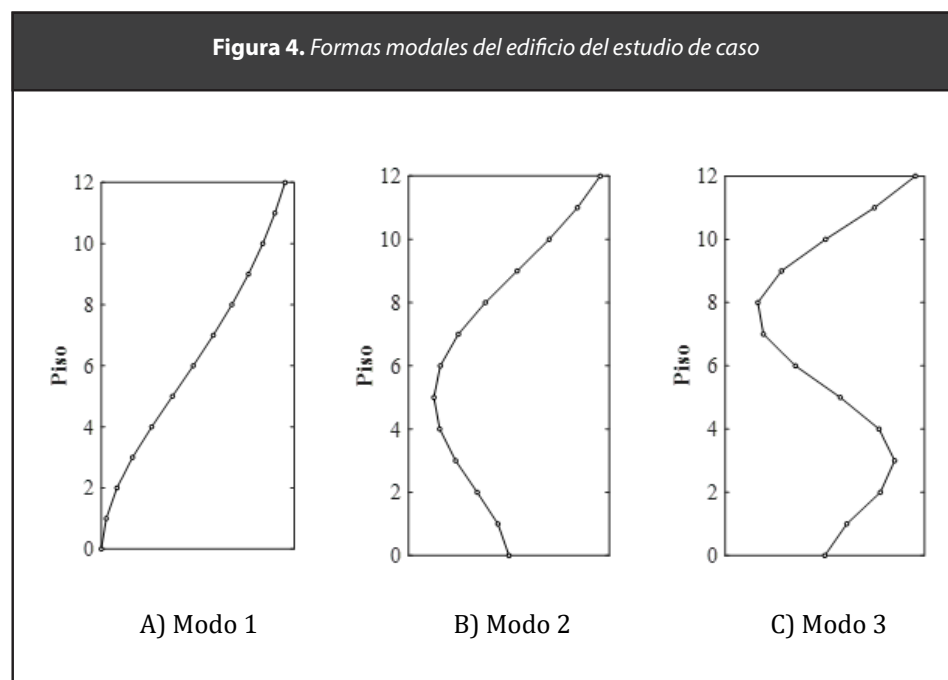
$$M = \begin{bmatrix} 71 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 168 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 115 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 86 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 86 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 86 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 86 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 86 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 39 \end{bmatrix} \quad Mg \quad (25)$$

Para caracterizar el modelo se realizó un análisis modal con una rutina desarrollada con Matlab® (Inc, 2019). Los valores del período ( $T$ ), la frecuencia ( $f$ ), la frecuencia circular ( $\omega$ ) y la participación de masa en la dirección de análisis ( $UX$ ), se muestran en la Tabla 1 hasta el 3er modo de vibración, para el cual se alcanza un 90% de participación total de la masa.

Tabla 1. Análisis modal del edificio del estudio de caso.

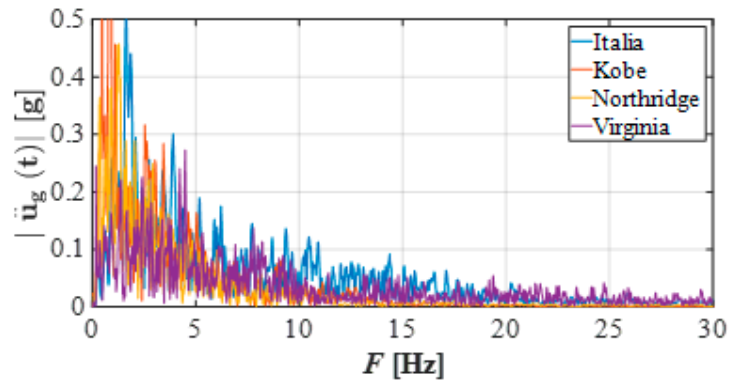
Modo	T [s]	f [Hz]	$\omega$ [rad/s]	UX	$\Sigma$ UX
1	1,6844	0,5937	3,73020	0,6829	0,6829
2	0,5091	1,9643	12,3422	0,1710	0,8539
3	0,2710	3,6903	23,1866	0,0761	0,9300

La Figura 4 muestra las tres primeras formas modales del edificio no controlado en la dirección del análisis.

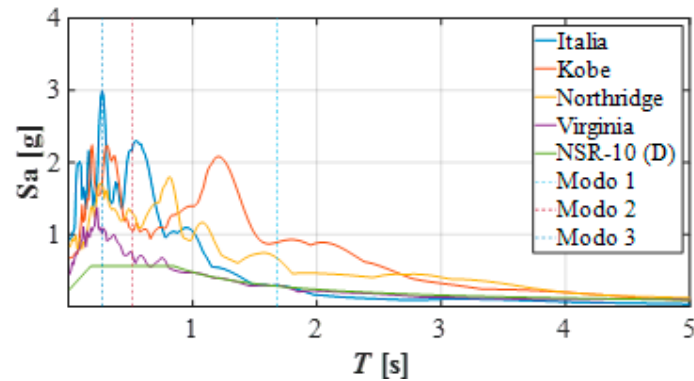


La Figura 5 a) muestra los espectros en términos de la frecuencia para cuatro registros de sismos representativos y que se encuentran en la literatura, calculados empleando la Transformada Rápida de Fourier (FFT); la Figura 5 b) muestra los espectros de respuesta de aceleración para los mismos registros, y adicionalmente se muestra el espectro de diseño especificado por las Normas Colombianas Sismo Resistente (NSR-10) (Ministerio de Vivienda, 2010) y los períodos para los tres primeros modos de vibración. Se observa que las ordenadas de los espectros de respuesta para cada uno de los periodos son mayores que las del espectro de la norma, por lo que es de esperar un comportamiento inelástico en el edificio. No obstante, solo se realizaron análisis elásticos para mostrar las ventajas de la optimización realizada y efecto de la ubicación del dispositivo TID. Se puede observar que los registros de terremotos tienen diferentes frecuencias predominantes, que oscilan entre 0.1 y 4.0 Hz, por lo tanto, se puede esperar que los primeros tres modos se vean afectados de manera relevante por las frecuencias de cada señal.

Figura 5. Espectros de respuesta



A. Espectros de transformación rápida de Fourier



B) Espectros de aceleración

En la Tabla 2 se muestran los resultados obtenidos tras aplicar la metodología descrita en el apartado 3. La optimización se realizó considerando valores fijos de  $b$  de 5%, 20% y 50%, con respecto a la masa del sistema estructural, para un total de 24 evaluaciones numéricas.

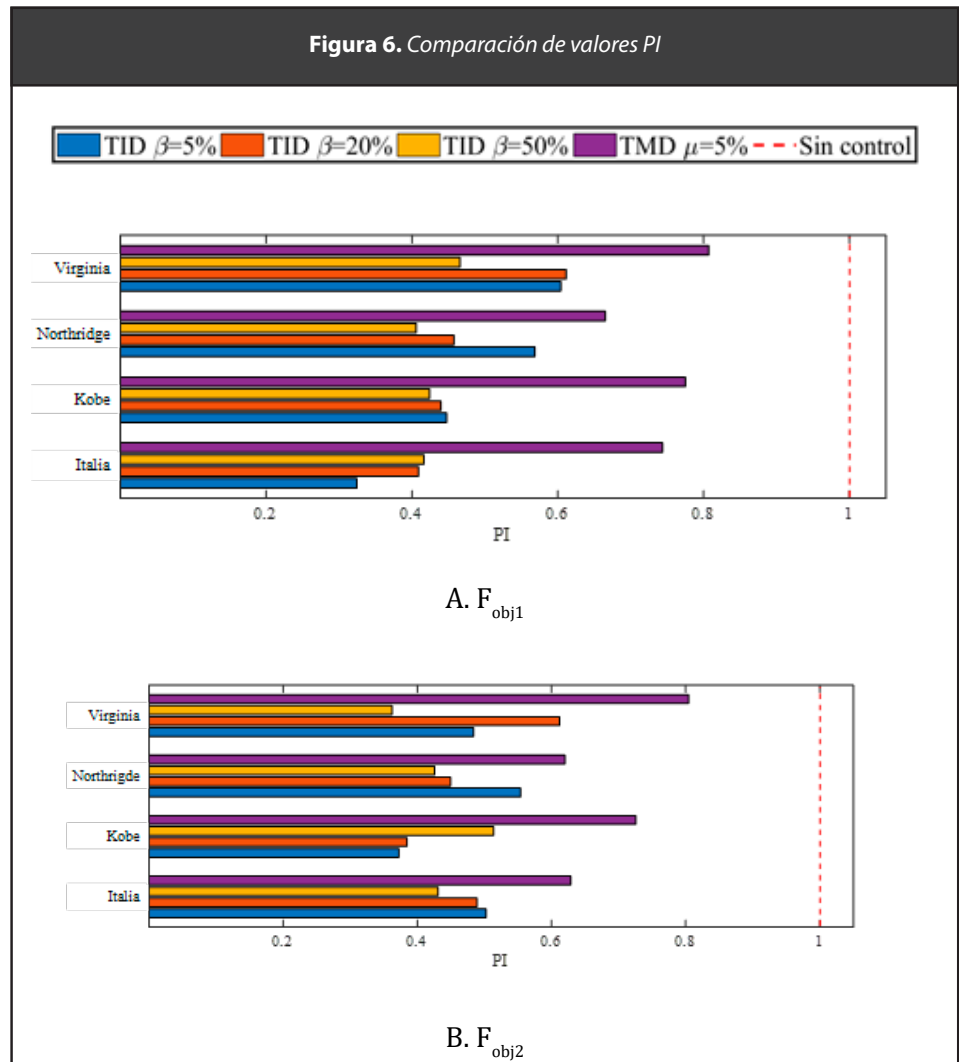


Tabla 2. Resultados óptimos.

b	$F_{obj1}$			$F_{obj2}$			Sismo
	$k_d$	$c_d$	PI	$k_d$	$c_d$	PI	
5%	2.373.022,34	40.057,72	0,3245	400.348,44	132.875,44	0,5024	Italia
	2.147.402,59	37.100,07	0,4477	247.001,20	799.71	0,3726	Kobe
	2.373.022,34	30.876,09	0,5686	265.234,19	69.150,96	0,5541	Northridge
	193.855,00	79.434,17	0,6043	328.715,53	87.265,79	0,4839	Virginia
<b>Prom.</b>	-	-	<b>0,4863</b>	-	-	<b>0,4782</b>	-
20%	1.906.433,47	161.427,29	0,4091	2.374.360,77	109.580,79	0,4891	Italia
	1.906.433,47	161.427,29	0,4397	775.419,98	317.736,68	0,3845	Kobe
	2.388.882,11	281.79,89	0,4577	775.419,98	317.736,68	0,4497	Northridge
	2.185.299,89	40.310,88	0,6116	2.388.882,11	28.179,89	0,6120	Virginia
<b>Prom.</b>	-	-	<b>0,4795</b>	-	-	<b>0,4838</b>	-
50%	1.905.389,80	266.478,02	0,4164	2.403.960,23	192.904,36	0,4310	Italia
	1.905.389,80	266.478,02	0,4243	1.905.389,80	266.478,02	0,5137	Kobe
	2.038.317,16	152.365,21	0,4059	2.279.373,43	105.145,76	0,4256	Northridge
	2.038.317,16	152.365,21	0,4660	2.403.960,23	192.904,36	0,3624	Virginia
<b>Prom.</b>	-	-	<b>0,4282</b>	-	-	<b>0,4332</b>	-

## 6. Comportamiento sísmico

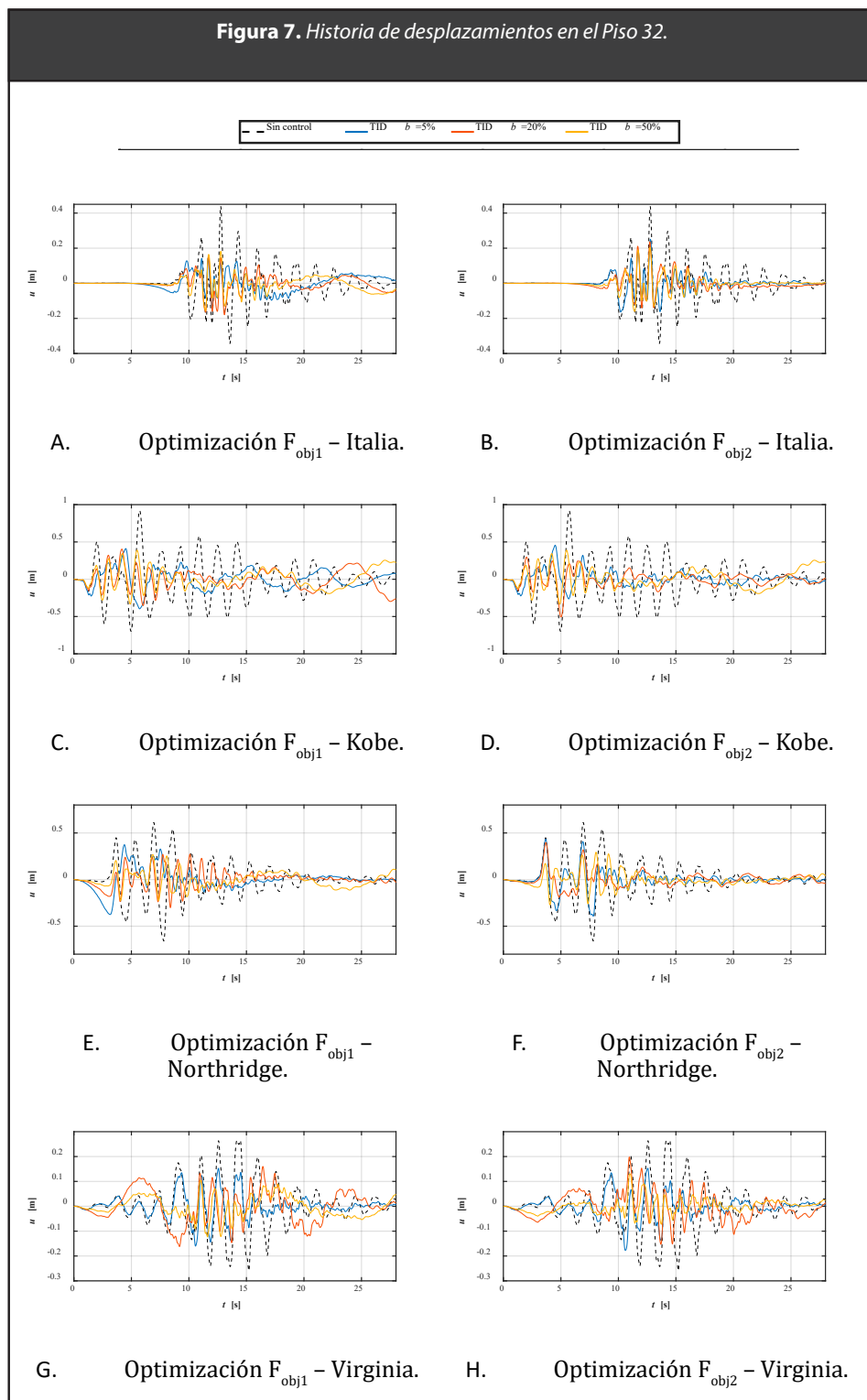
Para evaluar el comportamiento sísmico del edificio se comparan las respuestas elásticas considerando diferentes características de los dispositivos, obtenidas con base en la optimización de cada función objetivo. La Figura 6 muestra los valores del PI relacionados en la Tabla 2, para las funciones de objetivo  $F_{obj1}$  y  $F_{obj2}$ . En esta figura se compara la respuesta del edificio sin control, para el cual el valor del PI es igual a 1. En la Figura 6 se muestra también la respuesta del edificio considerando que tiene un dispositivo TMD diseñado de manera óptima con una relación de masa ( $\mu$ ) del 5%.



Cabe señalar que las reducciones en la respuesta dinámica, medidas con el valor de PI, son en todos los casos significativamente mejores cuando se emplea la variante de la ubicación del TID propuesta. Los PI conseguidos con el TID son mucho mejores que los obtenidos con el TMD, y oscilan entre el 32% y el 61% de la respuesta no controlada, para la función objetivo  $F_{obj1}$ , y del 36% al 61% para  $F_{obj2}$ , mientras que los resultados para el TMD se sitúan entre el 67% y 81% para la  $F_{obj1}$  y 62% a 80%, para la  $F_{obj2}$ .

A continuación, se presenta un análisis dinámico tiempo historia para evaluar la efectividad del TID en el control de las vibraciones inducidas por los sismos. Los resultados se muestran para los cuatro registros de aceleración que se emplearon en el proceso de

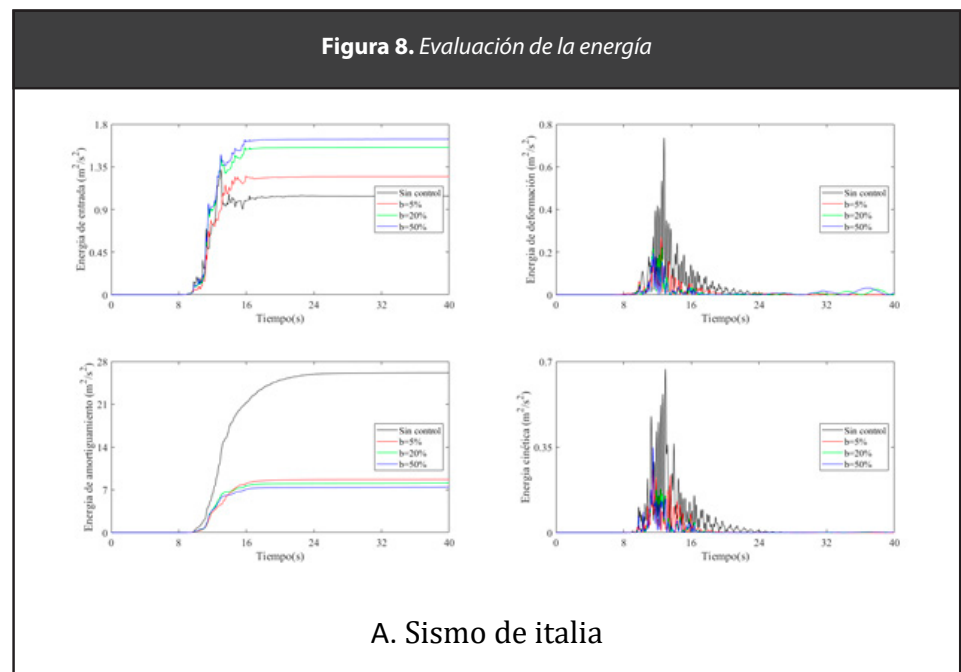
optimización, y también para los tres arreglos del TID, definidos para  $b$  iguales a 5%, 20% y 50%, con respecto a la masa del sistema estructural.

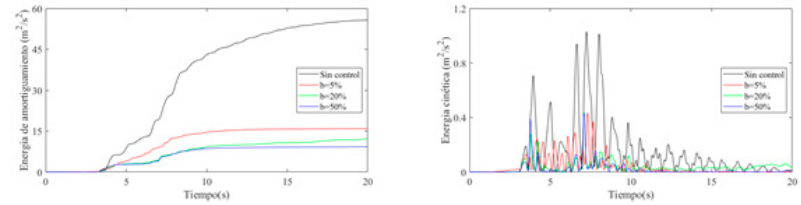
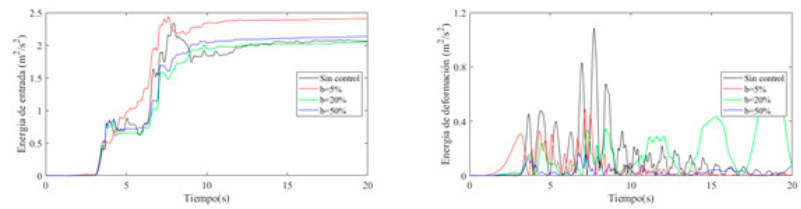


Como se muestra en la figura 7, el modelo estructural con el dispositivo TID exhibe una reducción significativa en la respuesta dinámica de desplazamiento, para todas las excitaciones sísmicas, e independientemente de la configuración de la inercia, en comparación con la estructura no controlada. Teniendo esto en cuenta, el diseño puede conducir a un TID con un valor de inercia menor ( $b = 5\%$ , con respecto a la masa del sistema estructural), lo que indicaría las características requeridas para la construcción del dispositivo.

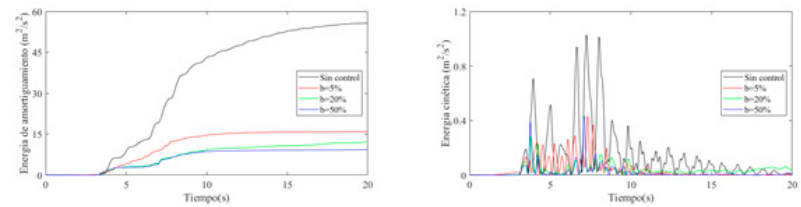
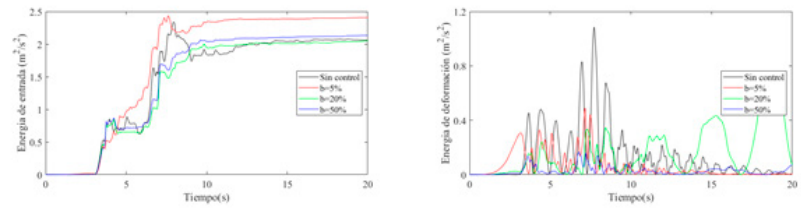
### ***Evaluación de la energía***

En la figura 8 se muestran los resultados de la evaluación de la energía con base en el procedimiento expuesto en (Said, 2018). Allí se grafican la energía de entrada, de amortiguamiento, cinética y de deformación. En la mayoría de los casos se observa que la energía de entrada del sistema de control es menor que en los casos con el control. Sin embargo, la energía de amortiguamiento es mayor en el edificio sin control. Esto nos muestra las bondades de tener sistemas de control en el edificio, dado que la energía se disipa en los dispositivos y no mediante el amortiguamiento, lo que implicaría un amortiguamiento histerético en caso que el edificio se comporte inelásticamente.

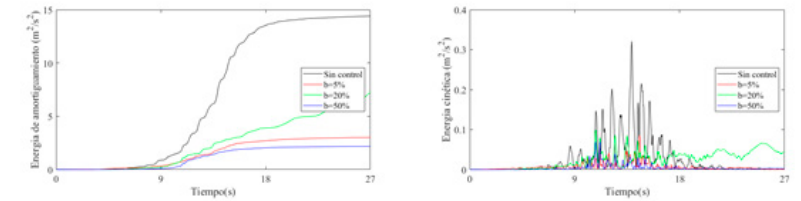
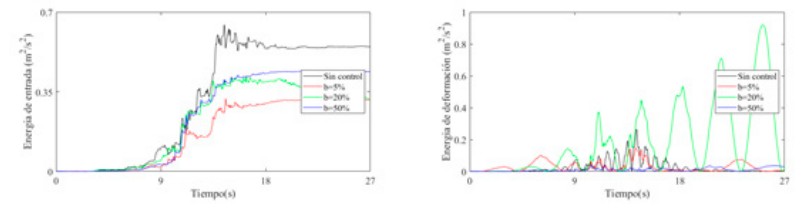




**B. Sismo de Kobe**



**C. Sismo de Northridge**



**D. Sismo de Virginia**

## 7. Conclusiones

Este artículo presentó un sistema de control pasivo para la reducción de la respuesta de estructuras sísmicamente excitadas, a través del estudio de caso de un edificio de hormigón armado de 12 pisos y 30 m de altura. El sistema propuesto se basa en el TID clásico, cambiando su ubicación desde la parte inferior de la estructura a los niveles superiores. Además, se comparó el comportamiento sísmico del TID con un TMD clásico, también optimizado con la metodología desarrollada en esta investigación. Con base en los resultados y hallazgos de este estudio, se concluye que:

1. Aunque se espera un comportamiento no lineal en la edificación, el alcance de este estudio se limita al comportamiento lineal de los sistemas considerados. Los resultados muestran que el edificio con los sistemas de control tiene una mejora significativa en la respuesta al desplazamiento, una situación que es beneficiosa en un diseño para estado límite.
2. En todos los casos, el modelo estructural equipado con el TID ubicado en el nivel superior presentó una reducción significativa en la respuesta dinámica de desplazamiento, independientemente de la configuración de inercia, en comparación con la estructura no controlada.
3. Las reducciones logradas con el TID ubicado en los niveles superiores de la estructura, muestran una reducción significativa en los desplazamientos laterales con respecto a los desplazamientos obtenidos con el edificio con un TMD. En ese sentido, la reducción en los desplazamientos lograda con el TID puede ser del orden del 50% de la reducción lograda en la estructura controlada vía TMD.
4. El proceso de optimización metaheurística, basado en el método de evolución diferencial, es una metodología eficiente para determinar los parámetros utilizados para caracterizar el sistema de control.
5. El tipo de variante del TID propuesto aquí representa una solución factible y prometedora para el control pasivo de

estructuras sísmicamente excitadas, mejor que un TMD diseñado de manera óptima.

6. La evaluación de la energía para cada uno de los sismos muestra las bondades del edificio con control, dado que se disminuye la energía de amortiguamiento y de deformación, lo que se puede traducir en que la estructura controlada presentaría menor daño que sin control

## 8. Referencias

- Pan, C., & Zhang, R. (2018). Design of structure with inerter system based on stochastic response mitigation ratio. *Structural Control and Health Monitoring*, 25(6). doi:<https://doi.org/10.1002/stc.2169>
- Bekdaş, G., & Nigdeli, S. M. (2011). Estimating optimum parameters of tuned mass dampers using harmony search. *Engineering Structures*, 33(9), 2716-2723. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.05.024>
- Bekdaş, G., Nigdeli, S. M., & Yang, X. S. (2018). A novel bat algorithm based optimum tuning of mass dampers for improving the seismic safety of structures. *Engineering Structures*, 159, 89-98. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.12.037>
- Biswas Raha, S., & Chakraborty, N. (2012). Tuned reactive power dispatch through modified differential evolution technique. *Frontiers in Energy*, 6, 138-147. doi:<http://dx.doi.org/10.1007/s11708-012-0188-8>
- Buckle, G. (2000). Passive control of structures for seismic loads. *Bull. N.Z. Natl. Soc. Earthq. Eng.*, 33(3), 209-221. doi:<https://doi.org/10.5459/bnzsee.33.3.209-221>
- Bureerat, S., & Pholdee, N. (2017). Adaptive sine cosine algorithm integrated with differential evolution for structural damage detection. *Computational Science and Its Applications-ICCSA 2017: 17th International Conference*, 71-86. doi:[http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-62392-4\\_6](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-62392-4_6)
- Chen, Y. C., Tu, J. Y., & Wang, F. V. (2015). Earthquake vibration control for buildings with inerter networks. *2015 European Control Conference (ECC)*, 3137-3142. doi:<http://dx.doi.org/10.1109/ECC.2015.7331016>
- Den Hartog, J. P. (1985). *Mechanical vibrations*. New York: Courier Corporation.
- Farshidianfar, A., & Soheili, S. (2013). Optimization of TMD parameters for earthquake vibrations of tall buildings including soil structure interaction. *Iran University of Science & Technology*, 3(3), 409-429.

- Frahm, H. (1911). Device for damping vibrations of bodies. *U.S. Pat. No 989,958, 1911*. doi:<https://doi.org/10.1016/j.tree.2005.10.010>
- Hu, Y., & Chen, M. Z. (2015). Performance evaluation for inerter-based dynamic vibration absorbers. *Int. J. Mech. Sci*, 99, 297-307. doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2015.06.003>
- Inc, T. M. (2019). MATLAB R2019a. MA, USA: Natick.
- Kelly, J. M. (1998). Base isolation: Origins and development. *EERC News*, 12(1).
- Kelly, J. M., & Beucke, K. E. (1983). A frictional damped base isolation system with fail-safe characteristics. *Earthq. Eng. Struct. Dynam*, 11, 33-56.
- Kelly, J. M., & Hodder, S. B. (1982). Experimental study of lead and elastomeric dampers for base isolation system in laminated neoprene bearings. *Bull. N.Z. Nat. Soc. Earthq. Eng*, 15, 53-67.
- Lazar, I. F., Neild, S. A., & Wagg, D. J. (2014). Design and performance analysis of inerter-based vibration control systems. *Dynamics of Civil Structures*, 4, 493-500. doi:[http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-04546-7\\_53](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-04546-7_53)
- Lazar, I. F., Neild, S. A., & Wagg, D. J. (2014). Using an inerter-based device for structural vibration suppression. *Earthq. Eng. Struct. Dyn*, 43(8), 1129-1147. doi:<https://doi.org/10.1002/eqe.2390>
- Lazar, I. F., Wagg, D. J., & Neild, S. A. (2013). An inerter vibration isolation system for the control of seismically excited structures. *10th International Conference on Urban Earthquake Engineering*.
- Lazar, I., Neild, S., & Wagg, D. (2014). Inerter-based Vibration Suppression Systems for Laterally and Base-Excited Structures. (E. C. A. Cunha, Ed.) *Proceedings of the 9th International Conference on Structural Dynamics*.
- Leung, A. Y., & Zhang, H. (2009). Particle swarm optimization of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 31(3), 715-728. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.11.017>
- Ministerio de Vivienda, C. y. (2010). Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10. Bogotá: AIS.
- Nigdeli, S. M., Bekdas, G., & Yang, X. S. (2016). Optimum tuning of mass dampers for seismic structures using flower pollination algorithm. *Int. J. Theor. Appl. Mech*, 1, 264-268.
- Ormondroyd, J., & Den Hartong, J. P. (1928). The theory of the dynamic vibration absorber. *Transaction of the ASME*, 50, 9-22.
- Papageorgiou, C., & Smith, M. (2005). Laboratory experimental testing of inerters. *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*. doi:<https://doi.org/10.1109/CDC.2005.1582679>
- Said, E. (2018). Seismic Energy Assessment of Buildings with Tuned Vibration Absorbers. *Shock and Vibration*, 2018, 1-10. doi:<https://doi.org/10.1155/2018/2051687>



- Seyedpoor, S. M., Shahbandeh, S., & Yazdanpanah, O. (2015). An efficient method for structural damage detection using a differential evolution algorithm-based optimisation approach. *Civil Engineering and Environmental Systems*, 32(3), 230-250. doi:<http://dx.doi.org/10.1080/10286608.2015.1046051>
- Shen, W., Niyitangamahoro, A., Feng, Z., & Zhu, H. (2019). Tuned Inerter Dampers for Civil Structures Subjected to Earthquake Ground Motions: optimum design and seismic performance. *Engineering Structures*, 198. doi:<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109470>
- Shen, Y., Chen, L., Yang, X., Shi, D., & Yang, J. (2016). Improved design of dynamic vibration absorber by using the inerter and its application in vehicle suspension. *Journal of Sound and Vibration*(361), 148-158. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2015.06.045>
- Smith, M. (2002). Synthesis of mechanical networks: The inerter. *IEEE Transactions on automatic control*, 47(10), 1648-1662. doi:<https://doi.org/10.1109/TAC.2002.803532>
- Storn, R., & Price, K. (1997). Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *J. Global Optim*, 11(4), 341-359. doi:<https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>
- Vo-Duy, T., Ho-Huu, V., Dang-Trung, H., & Nguyen-Thoi, T. (2016). A two-step approach for damage detection in laminated composite structures using modal strain energy method and an improved differential evolution algorithm. *Composite Structures*, 147, 42-53. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.03.027>
- Wang, F. C., Chen, C. W., Liao, M. K., & Hong, M. F. (2007). Performance analyses of building suspension control with inerters. *46th IEEE Conference on Decision and Control*, 3786-3791.
- Wang, F. C., Hong, M. F., & Chen, C. W. (2010). Building suspensions with inerters. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C. J. Mech. Eng. Sci*, 224(8), 1605-1616. doi:<https://doi.org/10.1243/09544062JMES1909>
- Wen, Y., Chen, Z., & Hua, X. (2017). Design and evaluation of tuned inerter-based dampers for the seismic control of MDOF structures. *Journal of Structural Engineering*, 143(4). doi:[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.0001680](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001680)
- Yucel, M., Bekdaş, G., Nigdeli, S. M., & Sevgen, S. (2019). Estimation of optimum tuned mass damper parameters via machine learning. *Journal of Building Engineering*, 26.