

Uso de ChatGPT como herramienta en las aulas de clase



Revista EIA
ISSN 1794-1237
e-ISSN 2463-0950
Año XIX/ Volumen 20/ Edición N.40
Julio - diciembre de 2023
Reia4020 pp. 1-23

Publicación científica semestral
Universidad EIA, Envigado, Colombia

PARA CITAR ESTE ARTÍCULO / TO REFERENCE THIS ARTICLE /

Sarrazola-Alzate, A.
Uso de ChatGPT como herramienta
en las aulas de clase
Revista EIA, 20(40), Reia4020.
pp. 1-23.
<https://doi.org/10.24050/reia.v20i40.1718>

✉ *Autor de correspondencia:*

Sarrazola-Alzate, A.
Correo electrónico:
andres.sarrazola@eia.edu.co

Recibido: 30-05-2022

Aceptado: 31-05-2022

Disponible online: 01-06-2023

✉ **ANDRÉS SARRAZOLA-ALZATE**

1. Profesor de cátedra de la Universidad EIA - Colombia

Resumen

Desde sus primeras aplicaciones, la inteligencia artificial ha presentado un vertiginoso desarrollo, manifestando aplicaciones en múltiples ámbitos académicos y empresariales. En este artículo expondremos los riesgos ante los cuales la comunidad académica, y en especial los estudiantes, están expuestos frente a la creciente ola de sistemas artificiales inteligentes, que se han materializado a través del uso, de tanto alumnos como docentes. Discutiremos la forma de cómo a través del mal comportamiento que los modelos presentan actualmente, se desprenden los problemas de interacción con estas herramientas, sustentando nuestras hipótesis por medio de una interacción que se realizó con uno de los programas existentes más populares entre la comunidad estudiantil: ChatGPT. Este trabajo concluye con la sugerencia de tres estrategias que se podrían considerar a la hora de implementar sistemas impulsados por inteligencia artificial en las aulas de clase, los cuales buscan mitigar los riesgos presentados a lo largo de este escrito, de modo que se optimice la labor pedagógica del docente, al tiempo que se potencia el proceso de aprendizaje por parte de los estudiantes.

Palabras claves: Inteligencia artificial, chatbots, procesos de aprendizaje, pedagogía, aprendizaje asistido.

Use of ChatGPT as a tool in classrooms.

Abstract

Since its first applications, artificial intelligence has presented a vertiginous development, manifesting applications in multiple academic and business fields. In this article we will explore the risks to which the academic community, and especially students, are exposed to the growing wave of artificial intelligent systems, which have materialized through the use of both students and teachers. We will discuss how, through the bad behavior that the models currently present, the problems of interaction with these tools arise, supporting our hypothesis by means of an interaction that was carried out with one of the most popular existing programs among the student community: ChatGPT. This work concludes with the suggestion of three strategies that could be considered when implementing systems powered by artificial intelligence in classrooms, which seek to mitigate the risks presented throughout this paper, so that the pedagogical work of the teacher is optimized, while enhancing the learning process by students.

Key words: Artificial intelligence, chatbots, learning processes, pedagogy, assisted learning.

1. Introducción

En marzo de 1940 se instaló la primera máquina decodificadora conocida como la “bombe”, cuyo mecanismo se derivaba de su antecesor la “bomba” inventado por criptoanalistas polacos en el transcurrir de la década de los 30, en un intento por descifrar los mensajes encriptados generados por la máquina alemana llamada Enigma. La “bombe” fue concebida gracias a la unificación de trabajos independientes llevados a cabo por los matemáticos británicos Alan Turing y Gordon Welchman como parte del proyecto “Government code and Cipher School”, (Wilcox 2001).

Por un lado, la idea de Turing consistió en diseñar un circuito eléctrico compuesto por tres máquinas Enigma, que ejecutaban 159 quintillones de combinaciones, buscando sobre todas las configuraciones posibles y eliminando aquellas que eran incorrectas; es decir, las que no se ajustaban al texto sin cifrar generado por la máquina alemana. Aunque el método de Turing reducía la cantidad de combinaciones que se debían comprobar, el proceso debía repetirse varias veces y aún se debía descifrar la configuración utilizada en el tablero de la máquina Enigma, (Raikar, 2023).

Por otro lado, y de forma completamente paralela a los esfuerzos realizados por Alan Turing, el matemático Gordon Welchman desarrolló un tablero, conocido como tablero diagonal de Welchman, el cual hacía posible resolver la configuración del tablero de conexiones de Enigma, y que, al integrarse con las ideas

desarrolladas por Turing, permitía reducir el tiempo empleado en encontrar la configuración utilizada en la máquina Enigma, de días a horas (Wilcox, 2001). Alan Turing planteó esta nueva idea al ingeniero británico Harol 'Doc' Keen, quien ya había comenzado a trabajar sobre la máquina de Turing, y quien rediseñó este artefacto criptoanalítico combinando las ideas de Turing y Welchman, culminando con la construcción de la primera "bombe" en agosto de 1940, aparato que posibilitó descifrar el código Enigma utilizado por la Alemania nazi en la segunda guerra mundial.

El poder reflejado por la máquina 'Bombe' en su capacidad de romper el código Enigma, hizo que Alan Turing se planteara sobre la posibilidad de crear máquinas inteligentes y, en particular, cómo medir su inteligencia. En 1950, Turing publica un artículo llamado "Computing Machinery and Intelligence" (Turing, 1950), donde daba solución a los anteriores interrogantes, planteando el "juego de imitación", hoy conocido como "Test de Turing", cuyo objetivo es el de identificar inteligencia en un sistema artificial: una máquina se dice que posee inteligencia si en una interfaz hombre-máquina, la persona no es capaz de distinguir si está interactuando con un humano o con una máquina. Sin embargo, no fue sino hasta 1955 cuando el término "Inteligencia Artificial" (en adelante IA) se utilizó por primera vez por parte del especialista en computación y científico cognitivo Americano John McCarthy, considerado ampliamente como uno de los fundadores de la IA, en un artículo intitulado "A Proposal for the Dartmouth Conference" (McCarthy, 1955). En esta conferencia, se sentaron los principios básicos de la inteligencia artificial y se formalizó la idea de si las máquinas podrían pensar como los humanos. Un campo fértil en investigación multidisciplinar: procesamiento del lenguaje natural, robótica o sistemas basados en agentes informáticos, había sido descubierto.

Las primeras aplicaciones de la IA en el sector educativo datan de los años 70. En un esfuerzo conjunto entre ingenieros, investigadores y profesores, diversos sistemas informáticos fueron desarrollados en un intento de proveer al estudiante una retroalimentación diferenciada en tiempo real. Estos tipos de softwares se clasifican como instrucciones computacionales inteligentes asistidas o sistemas de tutoría inteligente (ICAI y ITS por sus siglas en inglés¹). Aunque en un principio, los trabajos eran llevados a cabo en un ámbito investigativo, en parte por los altos costos que tales investigaciones generaban, el ágil desarrollo tecnológico permitió que las herramientas de IA y su fusión con la psicología cognitiva, estuvieran al alcance de las universidades; en particular, de docentes

1. ICAI: Intelligent Computer-Assisted Instruction. ITS: Intelligent Tutoring System.

y estudiantes. Como ejemplo de las trascendentes tempranas tenemos: sistemas informáticos capaces de asistir a los estudiantes a través de ejercicios de geometría euclidiana (Anderson, Boyle y Reiser, 1985), operaciones aritméticas básicas (Brown y Burton, 1978) o el aprendizaje de lenguajes de programación (Eitelman, 2006). La filosofía de los desarrolladores ha consistido en implementar sistemas capaces de asistir a los educadores en su labor de ofrecer a los estudiantes una formación que se ajuste lo mejor posible a sus necesidades individuales, analizando sus falencias y fortaleciendo el pensamiento crítico.

La actualidad ha convertido a la educación basada en matemáticas fundamentales en un terreno fascinante y con retos de alto interés hacia la comunidad académica (Ilkka, 2018; Seo et al, 2021). Su eventual fusión con herramientas de inteligencia artificial promete un impacto en la forma cómo los educadores han enfocado estas asignaturas en una configuración de la sinapsis lógica de los procesos mentales, hacia el verdadero uso del conocimiento y aplicación de razonamientos científicos complejos. Como respuesta al fenómeno social que la IA está representando, las universidades buscan implementar en las aulas, diversas estrategias que permitirán a los estudiantes aplicar los conocimientos que su progreso a través de las mallas curriculares les han permitido adquirir; evolucionando así del modelo clásico en el cual al alumno se le enseña cómo resolver una categoría de ejercicios, muchas veces, sin una correcta profundización, lo cual difícilmente le brindará la suficiente flexibilidad y confianza a la hora de generar nuevas ideas basadas en estos conceptos.

Para rectificar esta situación, las universidades han abogado a diferentes plataformas impulsadas por IA (Zhai, 2021), las cuales permiten a los alumnos realizar informes sobre decisiones, usando conocimientos de clase, en los cuales un profundo razonamiento es necesario. En sus carreras profesionales, los estudiantes necesitarán haber desarrollado la destreza de brindar puntos de vista basados en información científica, aplicando los conocimientos hacia ideas innovadoras. Pero ¿cómo podemos asegurarnos que nuestros estudiantes utilicen correctamente la IA sin verse afectados por los desafíos que su implementación en las aulas de clase significa?

Para un correcto acoplamiento del uso de IA en las aulas, los docentes debemos ser conscientes inicialmente de los riesgos a los cuales los estudiantes, la infraestructura informática universitaria y nosotros mismos, nos enfrentamos (El Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado [INTEF], 2023; Sullivan, Kelly y McLaughlan, 2023). Al adelantarnos a una

posible mala interpretación de los resultados o al abarcar la mayor cantidad de escenarios de riesgos posibles, podremos minimizar las desventajas y tener mejores posibilidades de optimizar el tiempo a la hora de desarrollar un proyecto con ayuda de la IA. En este artículo, nos centraremos en el mal comportamiento de los modelos y el problema de interacción, los cuales, a manera de ejemplo, serán expuestos desde una interacción con una de las herramientas más utilizadas actualmente por los estudiantes: ChatGPT 3.5.²Aunque el enfoque que presenta este artículo está dirigido hacia las asignaturas en matemáticas fundamentales, las ideas desarrolladas a lo largo de estas líneas podrían representar un interés ante toda la comunidad académica.

Actualmente, uno de los desafíos que plantea el uso de la IA a nivel académico es el de sobre ponerse a los problemas de interacción y el mal comportamiento de los modelos. La interfaz entre persona y máquina está representando el riesgo, tanto para estudiantes como docentes, de enfrentar información incorrecta o llena de sesgos. Sin embargo, a gran escala, los más damnificados con información proveniente por parte de sistemas impulsados con IA, la cual no se encuentra filtrada o subsanada por la comunidad académica, son, sin lugar a dudas, los estudiantes, los cuales no solo se ven tentados a caer en malas prácticas académicas (plagio, fraude en los exámenes (Zhang y Chen, 2018) y acoso escolar (Jamil y Dara, 2020)), sino que se ven expuestos a información incorrecta, o parcialmente correcta, la cual necesita un análisis inicial y previo a toda exposición.

En este artículo se trabajará la tesis de cómo los problemas de interacción con plataformas impulsadas por IA se desprenden en realidad del mal comportamiento de los modelos, concluyendo con los riesgos que estos pueden acarrear sobre la comunidad estudiantil. Nuestro objetivo es entender la problemática que se puede generar a la hora de implementar herramientas de IA en las aulas de clase, de modo que en un futuro podamos garantizar su uso óptimo y ético por parte tanto de docentes, como de estudiantes.

Procedamos ahora a presentar la organización de este texto:

En la primera sección presentaremos los riesgos ante los cuales los estudiantes están expuestos mediante el empleo de herramientas impulsadas por IA, y las consecuencias que se podrían generar

² Aunque existen versiones con un mayor desempeño, [3], ChatGPT 3.5 es actualmente la versión gratuita y, por lo tanto, la más accesible al público estudiantil. Por esta razón, en este artículo nos basaremos en esta versión.

ante un entrenamiento incorrecto o la carencia de los fundamentos teóricos necesarios a la hora de interpretar la información obtenida.

En la segunda sección, mostraremos una de las limitaciones que actualmente ChatGPT 3.5 tiene a la hora de abordar tareas matemáticas complejas; en nuestro caso, generar una demostración de la existencia de infinitos números primos utilizando argumentos topológicos. Expondremos las dificultades ante las cuales nos vimos enfrentados y la estrategia que llevamos a cabo para superarlas. Es nuestra esperanza que esta actividad ejemplifique los objetivos hacia los cuales los diferentes cursos en matemáticas fundamentales deberían converger: involucrar a los estudiantes en el desarrollo y uso de modelos matemáticos que permitan e impulsen a madurar las competencias científicas, al tiempo que solidifican los conceptos aprendidos.

Al final, discutiremos sobre la gestión de riesgos que se podría llevar a cabo para mitigar los impactos negativos expuestos a lo largo de este trabajo. De hecho, este escrito constituye la primera estrategia que se provee al implementar herramientas de IA en las aulas, la cual consiste en una estructuración de los riesgos más altos y un profundo entendimiento de las limitaciones que dichas herramientas presentan actualmente. Cabe destacar, que, en el curso de redacción de este artículo, se estuvieron diseñando diferentes guías que permitirán a los estudiantes desarrollar diferentes proyectos con la ayuda de plataformas impulsadas con IA, como por ejemplo ChatGPT, desde un ambiente controlado donde la información sea verídica y corroborable tanto por el estudiante como por los docentes. Los proyectos tienen como objetivo el modelamiento de diferentes situaciones físicas, las cuales apoyarán la generación de nuevos conceptos teóricos al conceptualizar un problema y encontrar su solución. La importancia de esta actividad no solo radica en el complemento que dichas tareas puedan ofrecer al estudiante con los conceptos trabajados en clase, o la retroalimentación que se brinda con aquellos aprendidos en los semestres anteriores; sino, además, porque permite al alumno la oportunidad de analizar, sintetizar información y utilizar datos científicos para conjeturar una reacción o predecir un fenómeno. Esta práctica se materializará en conjunto con los estudiantes en los próximos semestres, dejando la exposición de los resultados como un trabajo ulterior que se redactará en un segundo artículo.

2. Riesgos de la inteligencia artificial en las aulas de clase

En los actuales y ajetreados días de clase, el término “Inteligencia Artificial” está tornándose atractivo no solo para los estudiantes, sino también, entre los educadores. Aplicaciones de diferentes técnicas de “Machine Learning” están permitiendo no solo aulas de clase con aprendizajes personalizados, sino, además, un análisis sobre el desempeño estudiantil, permitiendo un apoyo diferenciado que ha resultado en una mejora en los logros de cada alumno como, por ejemplo, Querium, ALEKS, Carnegie, Smart Sparrow, Gradescope. Es menester ejemplificar que, entre los docentes, las herramientas impulsadas por IA, entre ellas Noodle factory, se han tornado de un gran atractivo gracias a la libertad que estos mecanismos garantizan, posibilitando una mayor inversión en cuanto al tiempo que se debe dedicar para preparar las clases o brindar asesorías a los estudiantes. Es entonces nuestra convicción que el papel de la IA no será el de reemplazar la labor de los profesores, sino el de asistirlos en su trabajo.

Por otro lado, a pesar de las ventajas expuestas en el párrafo anterior, es imprescindible observar que, en los tiempos actuales, los modelos presentan graves fallas que pueden lesionar significativamente el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Aunque herramientas como ChatGPT son, en un primer acercamiento, fuentes abundantes de información; la tenue veracidad que esta ha reflejado está generando escepticismo entre el público estudiantil, el cual, sin una correcta guía a la hora de enfrentar esta nueva forma de interactuar con la web, puede perder la oportunidad de explotar al máximo las funcionalidades de dichas herramientas. Reforzar el pensamiento crítico de los estudiantes es una necesidad que toma cada vez más peso en las diferentes asignaturas de las mallas curriculares.

2.1. *Mal comportamiento de los modelos*

La terminología expuesta en el título de esta subsección hará referencia en este artículo a la ambigüedad que los algoritmos de IA presentan al intentar solucionar ciertas demandas académicas; por ejemplo, una demostración matemática, y no a la problemática social en la cual se han visto envueltos dichos algoritmos que soportan estas operaciones, por ejemplo, racismo (Richardson, Schultz y Crawford, 2019) , sexismo (Boulamwini y Gebru, 2018; Haimson y

Hayes, 2021; Zhang y Duerksen-Hughes, 2018) o manipulación de la conducta humana (Petropoulos, 2022).

Una de las cualidades mentales más impresionantes del ser humano es la de generar ideas coherentes y poder expresarlas en una serie de razonamientos que se entrelazan, siguiendo una cadena de implicaciones lógicas que dan peso y validez a los argumentos. No solo una sinapsis correcta entre las ideas es fundamental para su veracidad, sino que también, esto permite su interpretación transparente evitando al máximo malas interpretaciones o errores semánticos.

Como demostraremos más adelante, ChatGPT 3.5 puede incurrir en diversas incoherencias lógicas cuando se enfrenta a una demostración de una complejidad baja, cuyos razonamientos se encuentran al alcance de un estudiante promedio en ciencias exactas con conocimientos en álgebra abstracta y topología general básica.

El programa no solo elabora premisas innecesariamente tediosas, sino que, además, incurre en argumentos circulares o niega hipótesis previamente establecidas.

Veamos algunos ejemplos: En nuestra interacción con ChatGPT preguntamos sobre la demostración topológica que Furstenberg dio en 1955 (Furstenberg, 1955) acerca de la existencia de infinitos números primos. En la siguiente subsección mostraremos como el programa plantea información que no es relevante o de nuestro interés. En esta subsección, analizaremos varios argumentos erróneos que el programa generó al intentar reproducir una demostración mediante técnicas de análisis p -ádico.

Supongamos por contradicción que sólo hay un número finito de números primos, digamos p_1, p_2, \dots, p_n . Definamos el conjunto $\mathcal{A} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$.

Sea \mathcal{S} la colección de conjuntos finitos de números enteros que no contienen ningún elemento en \mathcal{A} . Para cualquier conjunto B en \mathcal{S} , considere la progresión aritmética $\mathbb{P}(B) = \{kN + b \mid b \in B\}$, donde $N = p_1 p_2 \dots p_n$ y b es cualquier entero en B .

Furstenberg define una topología sobre el conjunto de enteros \mathbb{Z} declarando que un conjunto \mathcal{U} es abierto si, y sólo si, contiene una progresión $\mathbb{P}(B)$ para algún B en \mathcal{S} . Se puede demostrar que esta topología es equivalente a la topología usual sobre \mathbb{Z} .

Consideremos ahora el espacio producto

$$\mathcal{X} = \prod_{p \text{ primo}} \mathbb{F}_p,$$

donde \mathbb{F}_p es el conjunto de residuos módulo p . Furstenberg demuestra que \mathcal{X} es compacto bajo la topología del producto, ya que cada \mathbb{F}_p es finito y el producto de espacios finitos es compacto. Luego construye una función continua $f: \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ que lleva cada secuencia $(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$ al número real $\sum_{p \text{ primo}} \log_p |x_p|$, donde $|x_p|$ es la distancia de x_p a 0 en la métrica p -ádica.

Puede demostrarse que f no es acotada en \mathcal{X} , ya que, para cualquier entero M , podemos elegir una secuencia $(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$ tal que $\sum_{p \text{ primo}} \log_p |x_p|$ sea suficientemente grande para cada p en \mathcal{A} como para asegurar que

$$\sum_{p \text{ primo}} \log_p |x_p| > M.$$

Sin embargo, dado que \mathcal{X} es compacto, f debe alcanzar un valor máximo en algún lugar de \mathcal{X} . Esto contradice el hecho de que f no es acotada y, por tanto, debemos concluir que existen infinitos números primos.

Empezamos por notar que la afirmación “Furstenberg demuestra que \mathcal{X} es compacto bajo la topología producto” es innecesaria precisamente por lo que el mismo programa explica “ya que cada \mathbb{F}_p es finito y el producto de espacios finitos es compacto”. En otras palabras, se tiene que \mathcal{X} es compacto en virtud del teorema de Tychonoff (Chernoff, 1992).

Por otro lado, la afirmación “ f no es acotada” es realmente el corazón de la prueba, así que procedemos a preguntar al programa cómo verificar este hecho. Sin embargo, al intentar justificar esta aserción el programa olvida inmediatamente una de las hipótesis que él mismo fijó al inicio de su razonamiento e incurre en un argumento circular. Veamos de qué se trata.

¿Cómo demostrar que f no es acotada?

Para demostrar que la función $f: \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ es no acotada, necesitamos mostrar que para cualquier número real M , existe una secuencia $(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$ en \mathcal{X} tal que $f((x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)) > M$.

Sea M un número real cualquiera. Elija un número primo $p \in \mathcal{A}$ no en tal que $\log_p(N) > 0$. Tal primo existe por el teorema del número primo.

El algoritmo no solo olvida que no puede tomar números primos que no se encuentran en \mathcal{A} , dado que previamente ha fijado la existencia de un número finito de número primos y que todos ellos están contenidos en \mathcal{A} , sino que, además, ¡cita el mismo teorema que está intentando demostrar! volviendo el argumento en un razonamiento cíclico que invalida la prueba. Al señalar esta incompatibilidad al programa, él reconoce inmediatamente la falla dando un nuevo razonamiento, el cual se basa fuertemente en una serie de desigualdades que involucran la métrica p -ádica. El lector interesado podrá encontrar los razonamientos completos en (Sarrazola-Alzate, 2023). Para mantener este texto accesible al mayor público posible, nos limitaremos a expresar el hecho de que los razonamientos no solo fueron confusos y complicados de seguir, sino que, en efecto, las cadenas de desigualdades o no eran correctas o estaban mal utilizadas. Estas ambigüedades nos llevaron a cambiar de método al intentar obtener la demostración buscada como lo ejemplificamos en la siguiente sección.

2.2. Problemas de interacción

Dicho brevemente, del mal comportamiento de los modelos se desprende entonces el problema de interacción. Este consiste en la brecha existente entre la información obtenida, y su correcta interpretación y adaptación a las necesidades académicas que el estudiante posee. Como veremos en el siguiente ejemplo, la problemática con respecto a la adaptación reside en como el estudiante puede utilizar de forma óptima los recursos académicos de los cuales dispone, para filtrar la información obtenida, transformándola en ideas claras y coherentes que se adapten a sus intereses, o en guiar al algoritmo de forma precisa, de manera que el estudiante logre sincronizar la capacidad de condensación de información que los sistemas de IA poseen, y su inclinación en un tema particular.

Analicemos cómo el programa ChatGPT 3.5 es susceptible de brindar información que no corresponde a nuestro interés, cuando la pregunta que se plantea carece de especificaciones o es muy general.

Supongamos que estamos interesados en la demostración que Furstenberg planteó en 1955 sobre la existencia de infinitos números primos.

¿Puede reproducir la prueba sobre la existencia de infinitos números primos?

Supongamos que sólo hay un número finito de números primos, digamos p_1, p_2, \dots, p_n . Utilizaremos estos números primos para construir un nuevo número q que sea mayor que todos ellos.

Sea $N = p_1 p_2 \dots p_n + 1$. Observe que q no es divisible por ninguno de los primos p_1, p_2, \dots, p_n ya que q deja un resto de 1 cuando se divide por cualquiera de ellos. Por lo tanto, q debe ser un número primo o divisible por un número primo mayor que p_1, p_2, \dots, p_n .

Si q es un número primo, entonces hemos encontrado un número primo que es mayor que todos los p_1, p_2, \dots, p_n , lo que contradice nuestra suposición de que sólo hay un número finito de números primos.

Si q no es un número primo, entonces debe ser divisible por un número primo que sea mayor que cualquiera de p_1, p_2, \dots, p_n . Pero esto contradice nuestra suposición de que p_1, p_2, \dots, p_n son todos los números primos que existen.

Por tanto, nuestra suposición de que sólo hay un número finito de números primos debe ser falsa, y debe haber un número infinito de números primos. Esto completa la demostración.

El algoritmo parece asumir que estamos interesados en la demostración Euclídea y no realmente en la demostración topológica. Por supuesto, nuestra pregunta carece absolutamente de toda alusión a la prueba topológica y, por lo tanto, no es una gran sorpresa que el algoritmo no deduzca la demostración buscada. Sin embargo, al intentar especificar la demostración de nuestro interés un resultado inesperado se nos plantea.

¿Podría darme la demostración realizada por Furstenberg sobre la existencia de infinitos números primos?

Sí, la prueba de Furstenberg de la infinitud de los primos es otra prueba topológica que utiliza la maquinaria de la teoría ergódica. La prueba es bastante profunda e implica algunos conceptos avanzados, pero puedo ofrecer un breve resumen de la idea principal.

El programa genera una prueba topológica, que, si bien no es la buscada, nos era desconocida hasta este momento. El argumento puede ser catalogado como topológico, pero, está fuera del alcance de un estudiante promedio en las carreras afines a las ciencias exactas (el lector interesado puede encontrar el argumento en (Sarrazola-Alzate, 2023) y cerciorarse que este es realmente correcto). La inexactitud radica esta vez en que el autor de la prueba, H. Furstenberg, brindó diferentes demostraciones, una en 1955 y otra en 1977 (Furstenberg, 1977) y, por lo tanto, procedemos a reseñar el año en el cual se dedujo el argumento que estamos buscando, es decir, 1955. Esta vez, el algoritmo empieza de forma cercana a los que nos interesa, sin embargo, la tesis está basada en análisis p -ádico, los cuales nunca fueron utilizados por Furstenberg y que, nuevamente, están fuera del alcance de un estudiante. Más aún, como lo hemos mencionado en la subsección anterior, las explicaciones, que se tornan en argumentos extremadamente tediosos e innecesarios, tienen errores sutiles difíciles de detectar, los cuales invalidan los argumentos.

Terminamos esta sección, señalando que las interacciones precedentes buscaban ejemplificar la forma como este texto tiene por objeto que los estudiantes enfrenten el tipo de dificultades presentadas en los párrafos anteriores; como, por ejemplo, paciencia y una actitud crítica. Con un sólido conocimiento y un análisis profundo en cuanto a los razonamientos obtenidos por ChatGPT, y en general mediante cualquier herramienta impulsada por IA, el alumno será capaz de diferenciar la información que es relevante de aquella que es redundante, extrayendo una idea coherente que además se acople a sus necesidades. En la siguiente sección expondremos una forma de guiar al estudiante en esta labor.

3. Interacción con ChatGPT. Limitaciones y expectativas educativas

Veamos ahora el desempeño que tuvo la herramienta ChatGPT 3.5 al demostrar un teorema clásico en matemáticas por medio de razonamientos topológicos.

Como lo hemos mencionado en la sección anterior, ChatGPT no identifica inmediatamente el teorema al cual nos enfrentábamos; de hecho, fue nuestra tarea guiarlo paso a paso para que él diera con el razonamiento que nos interesaba y que además fuera correcto. Veamos cuales son las ideas centrales de la demostración, las cuales presentamos o preguntamos al programa, de manera que este reconociera los puntos centrales.

La elegante demostración que H. Fustenberg dio en 1955 sobre la existencia de infinitos números primos, se basa en definir una topología sobre el conjunto de números enteros \mathbb{Z} de manera que las progresiones aritméticas $S(m,k)=\{m+nk \mid n \in \mathbb{Z}\}$ establezcan una base para esta topología en la cual, cada progresión es tanto un subconjunto abierto como cerrado. En particular, una unión finita de es cerrada. Más aún, los conjuntos finitos no pueden ser abiertos, puesto que es infinito. Esto obliga al subconjunto

$$\mathbb{Z} - \{-1,1\} = \bigcup_{p \text{ primo}} S(0,p)$$

a no ser cerrado, lo cual solo es posible si existen infinitos números primos.

La primera tarea a la cual enfrentamos el programa fue la de definir una topología en el conjunto de números enteros declarando como conjuntos abiertos las secuencias aritméticas. El resultado que obtuvimos fue el siguiente:

Definamos primero una topología sobre el conjunto \mathbb{Z} utilizando secuencias aritméticas

Podemos definir una topología sobre el conjunto de números enteros \mathbb{Z} utilizando secuencias aritméticas de la siguiente forma: Para cada número entero m y cada número entero positivo k , sea $S(m,k)$ la secuencia aritmética de números enteros de la forma $m+nk$, donde n abarca todos los números enteros. En otras palabras, $m+nk$ consiste en todos los enteros que son congruentes con m módulo k .

Podemos entonces definir una topología sobre llamada la topología de enteros uniformemente espaciados, donde los conjuntos abiertos son precisamente el conjunto vacío, el conjunto entero y los conjuntos de la forma para enteros m y k positivos.

Observe que esta topología es más gruesa que la topología estándar sobre inducida por la métrica euclídea. Es decir, todo conjunto abierto en la topología estándar es abierto en la topología de enteros uniformemente espaciados, pero lo contrario no es cierto en general.

Ahora bien, una propiedad fundamental de la topología previamente descrita es que el complemento de todo conjunto finito no vacío no puede ser cerrado. Este enunciado jugará un papel central a la hora de concluir la demostración que estamos buscando. Procedemos entonces a proponer la tarea a ChatGPT de demostrarnos este hecho obteniendo el siguiente razonamiento.

¿Podría mostrar que en la topología de los enteros uniformemente espaciados el complemento de todo conjunto finito no vacío no puede ser abierto?

Sea \mathcal{A} un subconjunto finito no vacío de \mathbb{Z} , y sea $\mathcal{B} = \mathbb{Z} - \mathcal{A}$ su complemento. Demostraremos que \mathcal{B} no es cerrado en la topología de enteros uniformemente espaciados.

Para ver esto, sea x un elemento de \mathcal{A} , y sea k un entero positivo mayor que la distancia máxima entre dos elementos distintos de \mathcal{A} . En otras palabras, elegimos k suficientemente grande para que los únicos elementos de \mathbb{Z} que estén a una distancia menor que k de x sean los elementos de \mathcal{A} mismo.

Consideremos ahora la sucesión aritmética $S(x,k) = \{x + nk \mid n \in \mathbb{Z}\}$. Observe que $S(x,k)$ no contiene ningún elemento de \mathcal{A} , ya que la distancia entre dos elementos distintos cualesquiera de \mathcal{A} es mayor o igual que k . Por tanto, $S(x,k)$ es un subconjunto de \mathcal{B} , y no es vacío porque contiene a x .

Sin embargo, $S(x,k)$ no es abierto en la topología de enteros uniformemente espaciados, ya que no es la unión de ninguna colección de secuencias aritméticas de la forma $S(m,r)$ para enteros m y r positivos.

Para ver esto, supongamos por contradicción que $S(x,k)$ es la unión de alguna colección de secuencias aritméticas de la forma $S(m,r)$. Entonces existe una secuencia aritmética $S(m,r)$ tal que $x \in S(m,r)$. Dado que $x \in S(m,r)$, tenemos que $x = m + nr$ para algún número entero n . Pero esto implica que $n = (x - m)/r$ es un número entero, lo que significa que x es congruente con m módulo r . Por tanto, $x \in S(m,r)$, por lo que contiene un elemento de \mathcal{A} . Sin embargo, esto contradice nuestra elección de k , ya que la distancia entre x y cualquier elemento de \mathcal{A} es como mínimo k .

Por tanto, $S(x,k)$ es un subconjunto no vacío de \mathcal{B} que no es abierto, lo que significa que \mathcal{B} no es cerrado. Así pues, el complemento de un conjunto finito no vacío no puede ser un conjunto cerrado en la topología de enteros uniformemente espaciados.

En los dos primeros párrafos ChatGPT fija correctamente las hipótesis y nos indica que procederá a razonar por medio de una reducción al absurdo. En los argumentos subsecuentes, el programa comete dos faltas graves. La primera consiste en afirmar: “ $S(x,k)$ no es abierto en la topología de enteros uniformemente espaciados”, y la segunda en demostrar algo que es tautológico: “ $S(m,r)$ contiene un elemento de \mathcal{A} ”, lo cual se tiene por suposición al finalizar el párrafo cuatro.

Dado que, por definición, los subconjuntos $S(x,k)$ serán una base para la topología de enteros uniformemente espaciados, estos son necesariamente abiertos, por lo que el argumento es completamente inválido. Procedemos entonces a señalar esta imprecisión al programa.

$S(x,k)$ es de hecho abierto en la topología de enteros uniformemente espaciados.

Gracias por señalar mi error. Tiene razón en que $S(x,k)$ es realmente abierto en la topología de enteros uniformemente espaciados.

Para ver esto, tenga en cuenta que $S(x,k)$ es una secuencia aritmética de la forma $S(x,k)$, donde $m = x$ y $r = k$. Por lo tanto, $S(x,k)$ es abierto en la topología de enteros uniformemente espaciados.

Esto significa que el argumento que proporcioné anteriormente para demostrar que el complemento de un conjunto finito no vacío no puede ser un conjunto cerrado en la topología de enteros uniformemente espaciados, "no es válido". Pido disculpas por la confusión y las molestias causadas por mi error.

De otro modo, para demostrar que el complemento de un conjunto finito no vacío no puede ser un conjunto cerrado en la topología de enteros uniformemente espaciados, podemos utilizar el siguiente argumento:

Sea $B = \mathbb{Z} - A$ el complemento de A . Puesto que A es finito, existe un entero positivo k tal que cada par de elementos distintos en A tiene diferencia absoluta al menos k . Sea x cualquier elemento en A , y considere la secuencia aritmética $S(x,k) = \{x + nk \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Como todo elemento de A tiene diferencia absoluta al menos k respecto a x , $S(x,k)$ está contenida en B . Además, $S(x,k)$ es un subconjunto abierto no vacío de B en la topología de enteros uniformemente espaciados, ya que es la propia secuencia aritmética $S(x,k)$.

Por lo tanto, B no es cerrado en la topología de enteros uniformemente espaciados, ya que contiene un punto límite que no es un elemento de B . Esto demuestra que el complemento de un conjunto finito no vacío A no puede ser un conjunto cerrado en la topología de enteros uniformemente espaciados.

Ahora, el resultado es correcto y muy prometedor; dado que el programa fue capaz de reproducir correctamente en el segundo párrafo el razonamiento que señalamos justo antes de iniciar la

interacción precedente con ChatGPT. Por otro lado, el programa señala un resultado interesante al afirmar que existe un punto límite de \mathcal{A} que no es un elemento de \mathcal{B} (de hecho, todos los puntos de \mathcal{A} son puntos límites de \mathcal{B}), este estamento, verídico, lo dejamos como ejercicio al versado lector.

Veamos ahora cómo se comporta el programa frente a una propiedad anti intuitiva desde el punto de vista literario; pero, que representa un fenómeno usual en el mundo de la topología: $S(x,k)$ no solamente es abierto, sino que también es cerrado.

Ahora bien, otra propiedad importante es que las secuencias aritméticas $S(a,b)$ también son cerradas en la topología de enteros uniformemente espaciados.

Sí, tiene razón. Las sucesiones aritméticas $S(a,b)$ son cerradas en la topología de enteros uniformemente espaciados sobre \mathbb{Z} . Para verlo, observe que el complemento de $S(a,b)$ es la unión de todas las traslaciones de la sucesión aritmética $\{m+nb \mid n \in \mathbb{Z}\}$ para algún entero $m \neq a$ o para algún entero positivo $n \neq b$.

Por tanto, el complemento de $S(a,b)$ es una unión de conjuntos abiertos en la topología de enteros uniformemente espaciados, y en consecuencia es abierto. Esto implica que $S(a,b)$ es cerrado en la topología de enteros uniformemente espaciados.

Ahora que estamos de acuerdo en este punto, volvamos a un argumento anterior.

Tenemos la igualdad $\mathbb{Z} - \{-1,1\} = \bigcup_{p \text{ primo}} S(0,p)$.

Sí, tenemos:

$$\mathbb{Z} - \{-1,1\} = \bigcup_{p \text{ primo}} S(0,p)$$

donde $S(0,p)$ es el conjunto de todos los enteros que son divisibles por p .

Esto se deduce del hecho de que cada número entero mayor que 1 se puede escribir como un producto de números primos, y que el conjunto de números enteros que son divisibles por un primo fijo p forma una secuencia aritmética de la forma $S(0,p)$.

Además, cada conjunto $S(0,p)$ es cerrado en la topología de enteros uniformemente espaciados, ya que su complemento en \mathbb{Z} consiste en todos los enteros que no son divisibles por p . Este complemento es una unión de secuencias aritméticas que no son múltiplos de p , que es un

conjunto abierto en la topología de enteros uniformemente espaciados. Por tanto, la unión de todos los conjuntos $S(0,p)$ para p primo también es cerrada en la topología de enteros uniformemente espaciados, ya que es una unión finita de conjuntos cerrados.

Sin embargo, $\mathbb{Z} - \{-1,1\}$ no es cerrado en la topología de enteros uniformemente espaciados, ya que contiene los puntos límites -1 y 1 . Por lo tanto, tenemos una contradicción.

Esta contradicción implica que la suposición de que hay finitos números primos es falsa, y que debe haber infinitos números primos.

EL programa ChatGPT reconoce ahora el argumento que debe seguir, y utilizando nuestras anteriores preguntas termina con el argumento que estábamos buscando. Esta vez la prueba se encuentra libre de errores y cada detalle está debidamente justificado.

La IA está teniendo un impacto considerable en la educación y está transformando la forma en que se aprende, y por ende la forma en que se debe enseñar. Aunque la ayuda que la IA está brindando en la personalización de la educación de cada estudiante, proporcionando una retroalimentación en tiempo real para mejorar el rendimiento académico, se ha hecho notable, también existen preocupaciones sobre el papel del profesor en un mundo cada vez más dominado por sistemas artificiales inteligentes. Sin embargo, de nuestra interacción con ChatGPT podemos conjeturar que el papel del educador se consolidará en las aulas de clase. Para identificar la información relevante que los estudiantes podrán exponer, la cual deberá encontrarse, no solo libre de errores, sino también de sesgos, se hace fundamental que los alumnos cuenten con un pensamiento crítico, organizado y, sobre todo, nutrido con conceptos sólidos que solo un profesional puede promover. Las aulas de clase deben presentar un comportamiento híbrido, en el cual el estudiante desarrolle la destreza de interactuar apropiadamente con herramientas de IA, al tiempo que cultiva la paciencia de entender los conceptos a los cuales está siendo sometido, de manera que pueda detectar si los razonamientos siguen una correcta secuencia lógica, o, en caso contrario, utilizar las destrezas conceptuales que ya dispone para reestructurar la información obteniendo un resultado coherente.

Para alcanzar estos objetivos, los estudiantes deben verse envueltos en medio de un ambiente que incentive y en el cual se vean rodeados de herramientas impulsadas por inteligencia artificial; empezando por los procesos administrativos hasta las calificaciones y mecanismos que la universidad pone a su disposición.

4. Principios básicos al gestionar los riesgos

Como lo hemos mencionado al inicio de este texto, uno de los pilares a la hora de implementar herramientas impulsadas por IA en las aulas de clase debe ser, en nuestro concepto, un profundo entendimiento de los riesgos que este paso puede significar para los estudiantes y el docente. Es un hecho que la curiosidad de nuestros estudiantes converge hacia el uso de dichos sistemas inteligentes, y es nuestra responsabilidad asegurar que estos se utilicen de manera óptima y adecuada, asegurando que el complejo proceso de aprendizaje no se vea afectado, sino potenciado y en constante evolución.

Como parte de un correcto y armonioso acoplamiento de sistemas de inteligencia artificial en las aulas de clase, los estudiantes deben ser conscientes del riesgo latente que detrás de estos sistemas se esconde. Es por este motivo que un uso académico, profesional y ético por parte de los docentes se hace indispensable; en el cual se expongan las limitaciones, se construyan conceptos sólidos y se fomente la lectura crítica, de manera que la comunidad estudiantil pueda encontrar en nuestra pedagogía una guía para el uso apropiado de programas impulsados por IA.

4.1. *Conocimiento de las limitaciones*

Hablar de la limitación de los modelos significa implementar técnicas de alfabetización en IA en las aulas de clase, las cuales abarquen un profundo entendimiento de las competencias digitales (Sabzalieva y Valentini, 2023).

Conocer las limitaciones de los sistemas permite un uso confiable de los modelos, dado que entender e identificar los posibles puntos débiles posibilita el obtener información de manera óptima y responsable a partir de dichas estructuras. Para garantizar un uso óptimo de un programa como ChatGPT se requiere haber realizado un trabajo consciente en entender los conceptos que trabajaremos con dicha herramienta. En otras palabras, para aprovechar al máximo su capacidad de condensación, redacción y exposición, es esencial haber desarrollado y madurado apropiadamente las preguntas que se le plantearán al algoritmo.

Antes de la elaboración de este escrito, eran desconocidas para nosotros las limitaciones, matemáticamente hablando, que el programa ChatGPT poseía. Solo después de un empleo cuidadoso de este sistema se lograron identificar las falencias aquí expuestas

y las forma de superarlas. Es entonces nuestra convicción, que dichas fronteras funcionales se pueden dar a conocer mediante la exposición o ejemplificación responsable y consiente por parte de los docentes ante los estudiantes. Es importante resaltar que el correcto ejercicio de guiar al algoritmo ante la eventual búsqueda de la solución a un problema, mediante conceptos que todo un grupo maneje de ante mano, se hace indispensable si se desea que los estudiantes comprendan el potencial de las herramientas de IA, y no mal interpreten o desaprovechen la capacidad de condensación de información que dichas estructuras actualmente poseen.

4.2. Solidificación de los conceptos

Un ingrediente esencial al momento de culminar con éxito la interacción trabajada en este artículo fue el de contar con herramientas conceptuales sólidas y apropiadas, las cuales nos permitieron filtrar la información obtenida, impartiendo un juicio sobre su veracidad al ser comparada con nuestras nociones. Esto nos permitió guiar al algoritmo hasta alcanzar el objetivo de nuestro interés. La solidificación de los concetos se trata entonces de una transición hacia la búsqueda de un balance aplicativo-teórico, en el cual los estudiantes cuenten no solo con la destreza de resolver ejercicios, sino, además, de generar ideas novedosas, conjeturando o prediciendo fenómenos que podrían ocurrir bajo estos nuevos planteamientos.

La flexibilidad que se requiere a la hora de explorar nuevas ideas es una habilidad que se adquiere al poseer madurez teórica y estar expuesto ante diferentes situaciones físicas o hipotéticas, de manera que el estudiante equilibre su proceso de aprendizaje de forma teórica-práctica. Desde nuestro punto de vista, este proceso debe ser llevado a cabo mediante la implementación de proyectos que motiven al estudiante a buscar soluciones mediante herramientas de IA, lo cual no solo permitirá al estudiante comparar con una forma de razonar alternativa los conceptos aprendidos en clase, sino que posibilitará al docente presentar de forma directa las limitaciones de los sistemas.

4.3. Lectura crítica

A lo largo de este texto, hemos hecho especial énfasis en la importancia acerca de que los estudiantes estén al tanto de los posibles errores que los programas pueden generar, como implicación del mal comportamiento que estos actualmente

presentan. A manera de ejemplo, y partiendo de la experiencia trabajada anteriormente, un estudiante podría estar al tanto de los argumentos circulares o el olvido de las hipótesis previamente fijadas en los cuales el programa ChatGPT incurre, de modo que, en una eventual búsqueda o interacción, este mantenga un pensamiento alerta que minimice la probabilidad de aprender o exponer razonamientos inocuos. Notemos, además, que el ejercicio de una lectura crítica imita el comportamiento atento que los estudiantes deben mantener en las aulas ante las lecciones impartidas por parte de los educadores. Esta correcta actitud académica, permite a los alumnos digerir apropiadamente los nuevos conceptos, al tiempo que refuerzan los ya interiorizados en semestres anteriores. Este ejemplo sencillo, sustenta entonces la tesis de que, al potenciar la lectura crítica en los salones, los estudiantes no solo desarrollan una habilidad analítica, sino que además consolidan la teoría de clase al examinar nuevas sinapsis, o reorganizar la información obtenida de la IA.

5. Conclusión

Este artículo es el inicio de un estudio en el cual se planean evaluar las ventajas y desventajas del uso de la IA, como por ejemplo chatbots, en las aulas de clase como apoyo a la labor pedagógica de los docentes. El programa ChatGPT fue empleado para analizar los riesgos que dichas herramientas implicaban, una forma de contrarrestar estos peligros y los beneficios educativos que se generaban al superar las limitaciones de los sistemas.

En esta primera etapa, encontramos que el empleo de herramientas de IA en las aulas de clase, en particular, el uso de chatbots como ChatGPT, debe realizarse con gran precaución y siempre guiado por el docente, de modo que se asegure un uso ético y responsable.

Por otro lado, el análisis realizado a lo largo de este escrito también plantea que, al examinar correctamente la información obtenida por herramientas de IA, los estudiantes no solo desarrollan un pensamiento crítico, sino que realizan una labor de retroalimentación ante los conceptos aprendidos previamente, dado que al sintetizar y filtrar los datos ellos fortalecen los conceptos, y al interactuar con sistemas artificiales inteligentes se les presentan ideas nuevas. Desde un punto de vista académico, este texto contribuye entonces al creciente debate sobre el uso de la IA en las universidades, no solo apoyando la tesis de que el manejo apropiado de esta maquinaria informática, teniendo siempre presente los riesgos que esta representa, trae enormes ventajas

en cuanto a la optimización y potenciación de los procesos de aprendizaje; sino, además, enfatizando en el papel fundamental que los profesores juegan en la era de la inteligencia artificial. El uso de sistemas inteligentes ofrece enormes ventajas en la evolución del conocimiento desde que los educadores, quienes son los verdaderos profesionales del conocimiento, continúen guiando este proceso.

Finalmente, este texto plantea diferentes escenarios investigativos y genera múltiples interrogantes que se deben considerar antes de la implementación de herramientas de IA en las aulas de clase. Una limitación de este trabajo es que el presente texto se realizó con la versión 3.5 del programa ChatGPT, la cual está siendo desplazada por la versión más reciente 4.0, lanzada por la StarUP OpenAI el pasado 14 de marzo, y que cuenta con una base informativa 500 veces mayor que su antecedente. Aunque las investigaciones en cuanto al desempeño de ChatGPT 4 al realizar tareas matemáticas ya se están llevando a cabo (Bubeck, et al, 2023; Wardat, Tashtoush, Alali, Jarrah, 2023), y más desde su sincronización con la plataforma WolframAlpha (Wolfram, 2023), los estudios sobre su rendimiento en tareas más complejas, como las llevadas a cabo en este escrito, todavía están por iniciar, y aún más, determinar cuáles son las estrategias que permitan superar las eventuales limitaciones que dichos sistemas presentarán.

Nuestras futuras investigaciones deberán reconocer las ventajas y desventajas que las recomendaciones plasmadas a lo largo de estas líneas tendrán sobre los estudiantes, examinando el desempeño ante situaciones prácticas y teóricas mediante evaluaciones de diversa índole. Nuestro objetivo es el de determinar cómo las personas y los sistemas de inteligencia artificial pueden cooperar para potenciar los procesos cognitivos del cuerpo estudiantil ayudándolos a alcanzar sus objetivos académicos.

Seamos detractores o defensores del uso de la IA en las aulas de clase, al final de todo, lo que más nos debería preocupar a los educadores no es que las máquinas piensen como los estudiantes, sino que los estudiantes piensen como las máquinas.

6. Agradecimientos.

Es de nuestro más profundo interés dirigir un agradecimiento especial a Gloria Isabel Villegas Gómez, jefe de Nuevas Tecnologías en Educación de la Universidad EIA, por el apoyo durante la realización de este trabajo. Su entusiasmo y motivación hicieron de la escritura de este texto una actividad mucho más amena.

7. Referencias

- Anderson, J. R., Boyle, C. F., & Reiser, B. J. (1985). Intelligent tutoring systems. *Science*, 228(4698), 456-462.
- Brown, J. S., & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive science*, 2(2), 155-192.
- Bubeck, S., Chandrasekaran, V., Eldan, R., Gehrke, J., Horvitz, E., Kamar E., Lee, P., Lee, Y. Tat., Li, Y., Lundberg, Nori, H., Plangi, H., Ribeiro M. T., & Zhang, Y. (2023). Sparks of artificial general intelligence: Early experiments with GPT-4. arXiv preprint arXiv:2303.12712.
- Buolamwini, J., & Gebru, T. (2018). Gender shades: Intersectional accuracy disparities in commercial gender classification. In *Conference on Fairness, Accountability and Transparency*.
- Chernoff, P. R. (1992). A simple proof of Tychonoff's theorem via nets. *The American mathematical monthly*, 99(10), 932-934.
- Eitelman, S. M. (2006). Computer tutoring for programming education. In *Proceedings of the 44th annual Southeast regional conference* (pp. 607-610).
- Furstenberg, H. (1955). On the infinitude of primes. *Amer. Math. Monthly*, 62(5), 353.
- Furstenberg, H. (1977). Ergodic behavior of diagonal measures and a theorem of Szemerédi on arithmetic progressions. *Journal d'Analyse Mathématique*, 31(1), 204-256.
- Haimson, O. L., & Hayes, G. R. (2021). Chatbot gender and mental health support: Experimental design and user perceptions. *Journal of Medical Internet Research*, 23(4), e25126.
- Ikka, T. (2018). The impact of artificial intelligence on learning, teaching, and education. European Union.
- El Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado. (2023, marzo 6). ChatGPT: ¿un riesgo o una oportunidad para el sector educativo? Recuperado de <https://code.intef.es/noticias/chatgpt-un-riesgo-o-una-oportunidad-para-el-sector-educativo/>
- Jamil, F., & Dara, R. A. (2020). Cyber harassment: Exploring the role of social media platforms and users' responses. *Telematics and Informatics*, 47, 101349.
- McCarthy, J., Minsky, M. L., Rochester, N., & Shannon, C. E. (2006). A proposal for the Dartmouth summer research project on artificial intelligence, August 31, 1955. *AI magazine*, 27(4), 12-12.
- Petropoulos, G. (2022, febrero 2). The dark side of artificial intelligence: manipulation of human behaviour. *Bruegel Blog*.
- Raikaar S. Pai. (2023, marzo 7). Bombe. *Encyclopedia Britannica*. Recuperado de <https://www.britannica.com/topic/Bombe>
- Richardson, R., Schultz, J. M., & Crawford, K. (2019). Dirty data, bad predictions: How civil rights violations impact police data, predictive policing systems, and justice. *NYUL Rev. Online*, 94, 15.
- Sabzalieva, E., & Valentini, A. (2023). ChatGPT e inteligencia artificial en la educación superior: Guía de inicio rápido. UNESCO.
- Sarrazola-Alzate A. (2023). Demostrando que existen infinitos números primos con ChatGPT. En curso de redacción.
- Seo, K., Tang, J., Roll, I., Fels, S., & Yoon, D. (2021). The impact of artificial intelligence on learner-instructor interaction in online learning. *International journal of educational technology in higher education*, 18, 1-23.
- Sullivan, M., Kelly, A., & McLaughlan, P. (2023). ChatGPT in higher education: Considerations for academic integrity and student learning. *Journal of Applied Learning and Teaching*, 6(1).

- Turing, A. M. (1950). Computing Machinery and Intelligence. *Mind*, Volume LIX, Issue 236.
- Wardat, Y., Tashtoush, M. A., Alali, R., & Jarrah, A. M. (2023). ChatGPT: A revolutionary tool for teaching and learning mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(7), em2286.
- Wilcox, J. E. (2001). Solving the Enigma: History of the Cryptanalytic Bombe. Center for Cryptologic History, National Security Agency.
- Wolfram, S. (2023). ChatGPT Gets Its 'Wolfram Superpowers'! Recuperado de <https://writings.stephenwolfram.com/2023/03/chatgpt-gets-its-wolfram-superpowers/>
- Zhai, X. (2021). Practices and theories: How can machine learning assist in innovative assessment practices in science education. *Journal of Science Education and Technology*, 30(2), 139-149.
- Zhang, R., Duerksen-Hughes, P. J., & Li, Y. (2018). Gender bias in speech recognition: A review. *IEEE Transactions on Human-Machine Systems*, 48(2), 111-122.
- Zhang, Y., & Chen, Y. (2021). Automated translation, plagiarism, and academic writing: A survey of Chinese undergraduates. *Journal of English for Academic Purposes*, 51, 100995